5.11. “Quiz og byt” om at læse algebra

Et sæt quiz og byt kort består af algebraiske udtryk knyttet til én kontekst.
En omgang quiz og byt foregår ved, at alle får et kort hver. I går omkring mellem hinanden og finder en partner. Første elev stiller sit spørgsmål, og anden elev svarer. Første elev hjælper eller roser. I bytter roller, så anden elev spørger, og første elev svarer. I bytter kort, siger farvel og finder nye partnere.

Aktiviteten fortsættes, indtil læreren vurderer, at I alle har haft et passende antal kort i hænderne.

5.11 Quiz og byt

Et eksempel:

Konteksten:

"Alle spørgsmålene handler om Anna og Bertram, der samler på sneglehuse. Anna har a sneglehuse og Bertram har b sneglehuse."

Første elev læser det algebraiske udtryk op:

"Hvad betyder a er lig med b plus 10"?

$a = b + 10$

5.11 Quiz og byt

Anden elev skal så prøve at oversætte det til mere hverdagssproglige:

“Anna har 10 sneglehuse flere end Bertram”

Anna har 10 sneglehuse flere end Bertram.

5.11 Quiz og byt

Der kan være mange skridt på vejen hen til “Anna har 10 sneglehuse flere end Bertram” For eksempel:

“*a* er lig med *b* plus ti”

“Anna er lig med Bertram plus 10”

“Anna er lig med 10 plus Bertram”

“Anna er lig med 10 mere end Bertram”

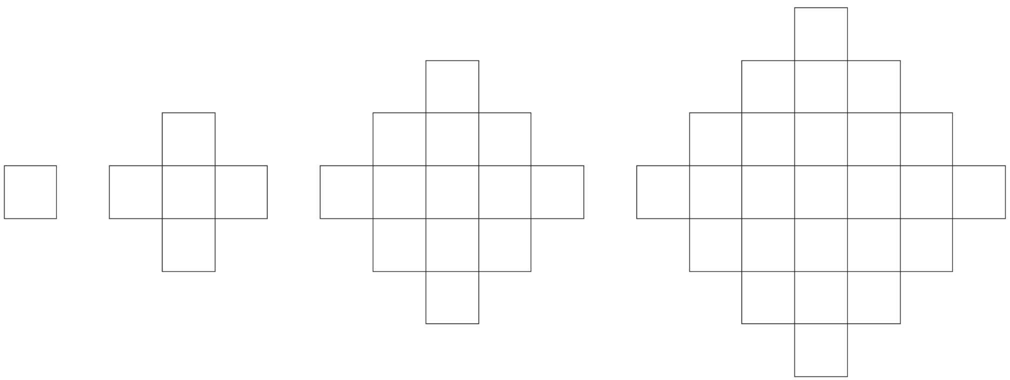
“Anna har 10 mere end Bertram”

“Anna har 10 sneglehuse mere end Bertram”.

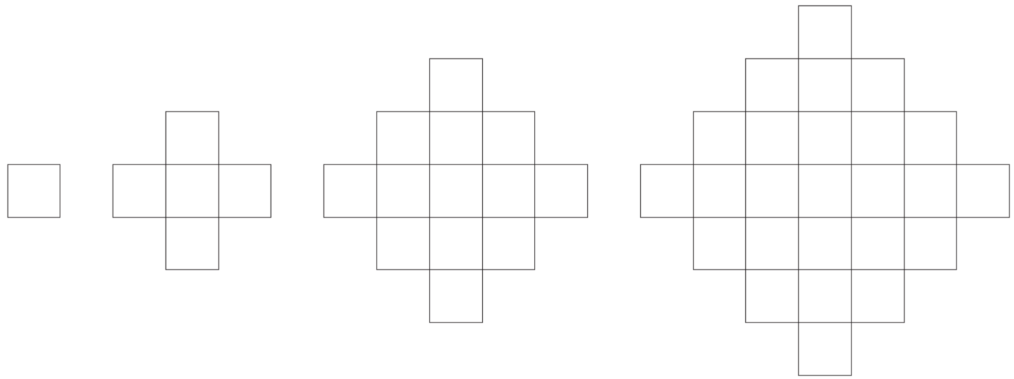
2.16. Voksende mønstre

I får nogle voksende mønstre, som I skal undersøge.

Fx dette:

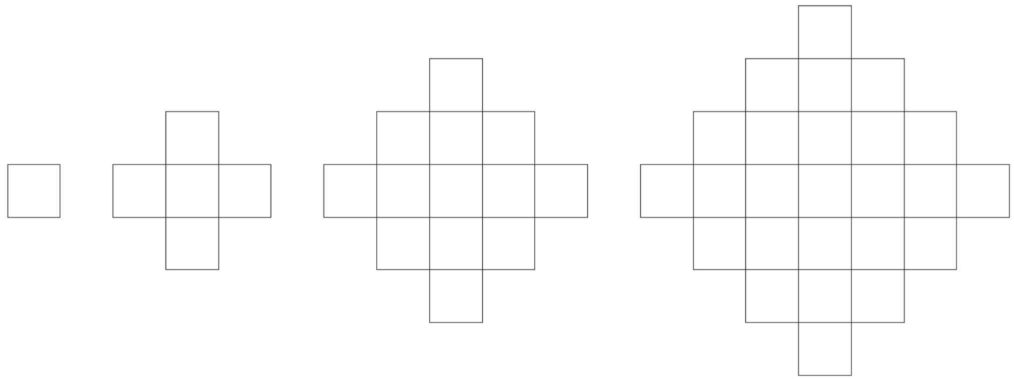


2.16. Voksende mønstre



I skal beskrive mønsteret, fx:
"Det er et mønster af kvadrater. Det starter med et enkelt kvadrat. I hvert trin sættes der et kvadrat mere med samme sidelængde på alle de sider, hvor man kan."

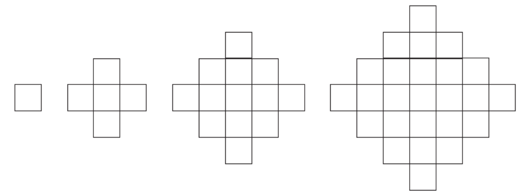
2.16. Voksende mønstre



Så skal I tælle noget i mønsteret, her kan man tælle tern.
Det er en god ide at lave en tabel som denne:

trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25

2.16. Voksende mønstre

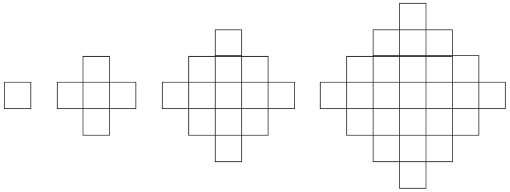


trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25

I skal lede efter et mønster i tallene, og beskrive dette mønster.

Et mønster er hvordan man kommer videre til næste tal, det kalder vi det trinvise mønster.

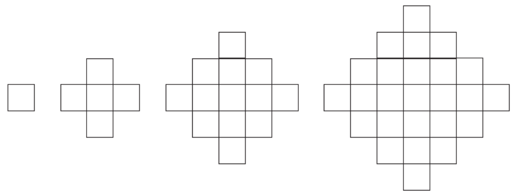
2.16. Voksende mønstre



trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25

Mønsteret kan beskrives på flere måder, fx:
Sprogligt: "Man skal hver gang bruge fire tern mere end man skulle sidste gang. Man skal altså lægge 4 mere til hver gang. Først plus 4, så plus 8, så plus 12 osv."

2.16. Voksende mønstre

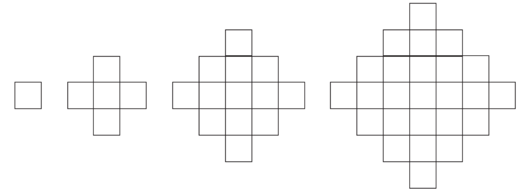


trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25

For at finde et mønster, kan man se på forskelle, og forskellenes forskelle:

trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25
forskel		4	8	12
forskel			4	4

2.16. Voksende mønstre



trin nr	1	2	3	4
antal tern	1	5	13	25

I skal også prøve at finde en generel formel, altså en formel, hvor man ud fra trinnummeret direkte kan beregne antal tern, uden at skulle regne alle de forudgående trin ud.

Fx er formlen for dette mønster
eller skrevet på en anden måde

Andgebra

3.6. Andgebra

Læreren har en stor spand fyldt med plastikænder i forskellige farver og en anden spand, som fra starten er tom. Eleverne skal holde regnskab med, hvor mange plastikænder af hver farve der ender med at være i den spand, der fra starten er tom. Læreren tager gentagende gange ænder fra den første spand over i den anden, og tilbage igen. Nogle gange tages i store portioner, andre gange sm. portioner, gerne i blandede farver. Der er et særligt krav til elevernes regnskab: De skal bruge algebra. De skal fx kalde de gule ænder for g, de hvide ænder for h og de sorte ænder for s. Når læreren stopper med at flytte ænder skal regnskabet gøres op, det vil sige udtrykket reduceres. Eleverne får spanden med ænder sendt rundt, så de selv kan tjekke, om de har ført rigtigt regnskab og reduceret korrekt.

En elev har noteret følgende:

$1g + 1h + 3g + 3s + 4h - s + 2(g + h) - 3g - 2h - (g + h)$, hvor $2(g + h)$ er en gul og en hvid i hver hånd.

Efter reduktion bliver det til:

$2g + 4h + 2s$

Man kan udvide aktiviteten ved at tildele de forskellige farvede ænder forskellige priser, og på den måde tage skridtet til, at bogstaverne står for talværdier. Opgaven er så at finde ud af, hvor meget ænderne i den ene spand alt i alt koster.

De gule ænder koster 2 kroner pr. stk., de hvide 3 kroner og de sorte koster 5 kroner pr. stk.: $g = 2$, $h = 3$ og $s = 5$.

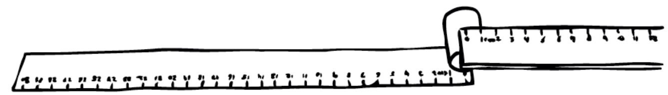
I ovenstående eksempel vil ænderne i spanden koste $2*2 + 4 *3 + 2 *5 = 26$ kr.

Når man ændrer priserne, vil eleverne opleve det smarte ved et algebraisk udtryk: Det kan meget nemt håndtere en prisændring.

To linealer og en cylinder

Startskud

"Tag to linealer og en cylinder. Placer de tre genstande på denne måde:



Du skal i tabellen nedenfor skrive de to tal, der står på linealerne, der hvor cylinderen rører linealerne. Du skal nu trille den ene lineal hen over cylinderen, ind i mellem skal du stoppe op og skrive de to tal, hvor linealerne rører cylinderen.

x	Nederste lineal							
y	Øverste lineal							

Sammenhængen mellem tallene på de to linealer kan beskrives ved en funktion. Du skal prøve at finde den funktion der passer bedst."

Udvidelser

Nogle mulige udvidende spørgsmål er:

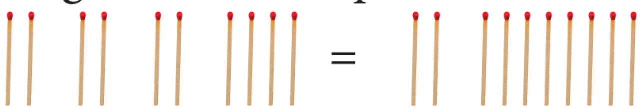
- Hvad, hvis man starter den ene lineal et andet sted?
- Hvad, hvis man starter begge linealer andre steder?
- Hvad, hvis man vender den ene lineal om?
- Hvad, hvis man bruger en anden cylinderformet ting?
- Hvad, hvis man erstatter den ene lineal med noget med en anden enhed, for eksempel enheden tommer?
- Hvad betyder det, hvor nøjagtig man er

3.9. Ligninger med tændstikæsker

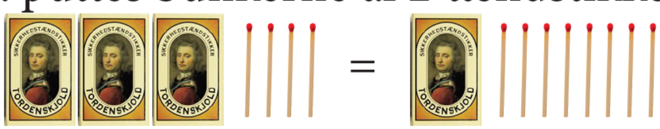
Et eksempel på, hvordan man laver en tændstikæskeligning:

Man starter med fx 10 tændstikker på hver side af et lighedstegn:

Så beslutter man fx at $x = 2$ er løsningen, og deler fx op i 3 bunker af x på den ene side og 1 bunke af x på den anden side:



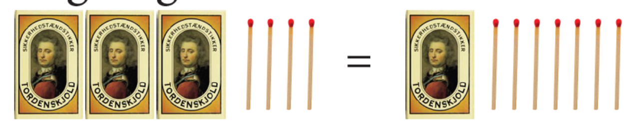
Så puttes bunkerne af 2 tændstikker i tændstikæsker:



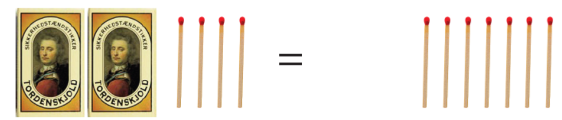
Nu er der en tændstikæskeligning.

3.9. Ligninger med tændstikæsker

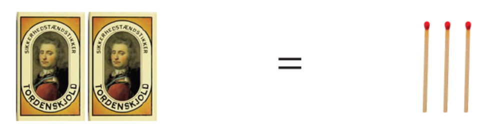
Et eksempel på, hvordan man løser en tændstikæskeligning:



Først trækkes en tændstikæske fra på begge sider:

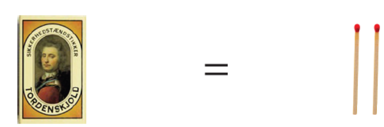


Så trækkes 4 tændstikker fra på begge sider:



Så deles op i to på begge sider:

Og man ser:



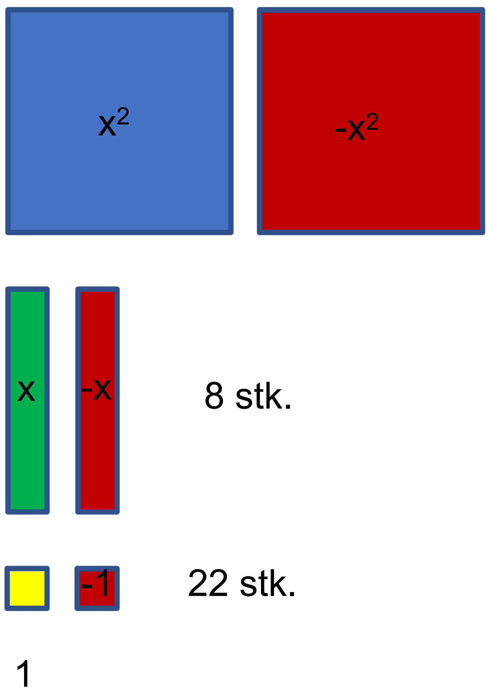
Løsningen er altså $x = 2$, der skal være
2 tændstikker i tændstikæsken

3.9. Ligninger med tændstikæsker

Løst algebraisk:

$$3x + 4 = x + 8$$
$$2x + 4 = 8$$
$$2x = 4$$
$$x = 2$$

Algebraiske fliser



4 stk.

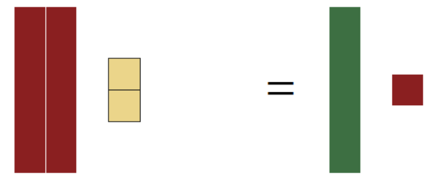
8 stk.

22 stk.

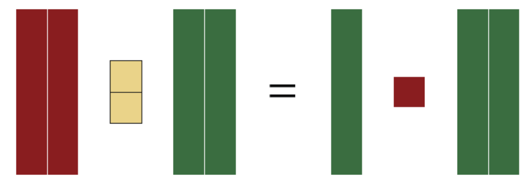
4.34. Ligninger af 1. grad – 0-metode

Et eksempel:

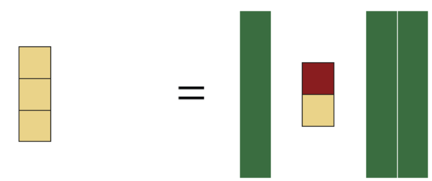
$-2x + 2 = x - 1$



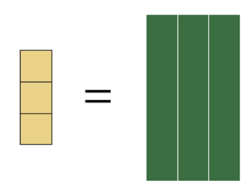
Vi lægger $2x$ til på begge sider af lighedstegnet.



$-2x + 2x = 0$, så de fliser forsvinder. Vi lægger 1 til på begge sider af lighedstegnet.

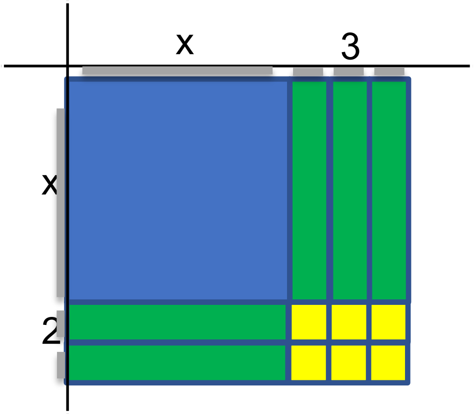


$-1 + 1 = 0$, så de fliser forsvinder.



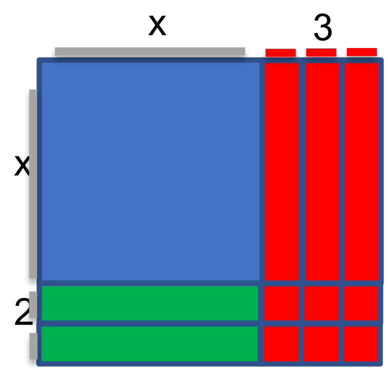
Produkt af to parenteser

Prøv at lægge $(x+2)\cdot(x+3)$



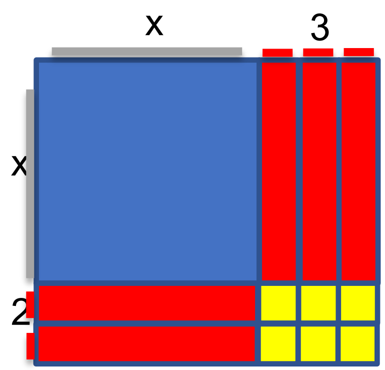
$(x+2)\cdot(x+3)=x^2+5x+6$

Produkt af to parenteser



$(x+2)\cdot(x-3)=x^2-x-6$

Produkt af to parenteser



$(x-2)\cdot(x-3)=x^2-5x+6$

Produkt af to parenteser

Prøv selv!

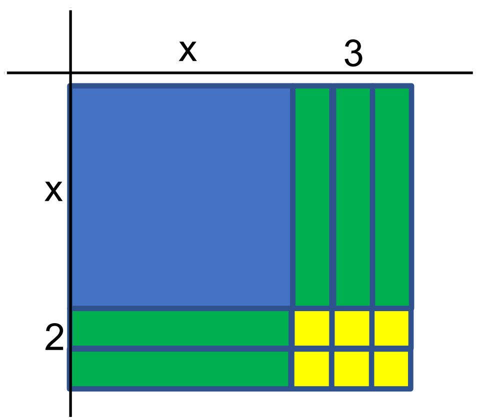
$(x+1)\cdot(x+2)$

$(x-2)\cdot(x+2)$

$(x-2)\cdot(x-4)$

Produkt af to parenteser

Prøv at lægge $(x+2)\cdot(x+3)$



$(x+2)\cdot(x+3)=x^2+5x+6$

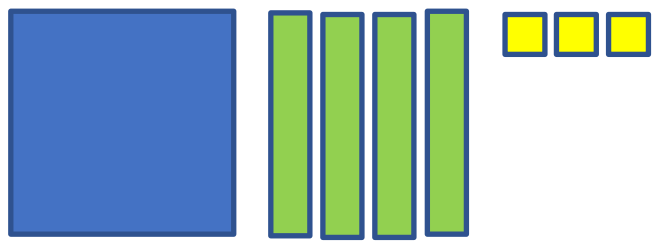
$x^2+5x+6=0$
$(x+2)\cdot(x+3)=0$
$x+2=0$ eller $x+3=0$
$x=-2$ eller $x=-3$

Andengradsligninger

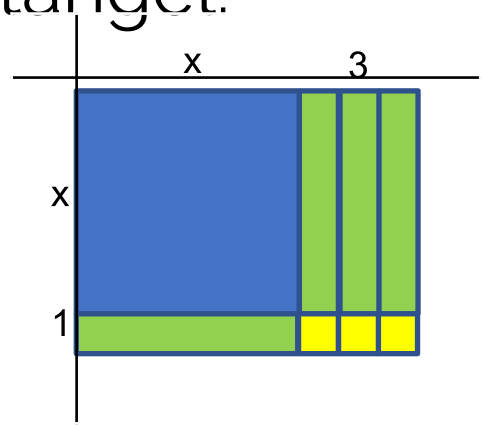
Eksempel:

$x^2+4x+3=0$

Tag brikker:



Placer i rektangel:



$(x+1)\cdot(x+3)$

$(x+1)\cdot(x+3)=0$

$x=-1$ eller $x=-3$

Andengradsligninger

Prøv:

$x^2+6x+8=0$

$x^2+x-2=0$

5.15. Hvilket udtryk er udenfor?

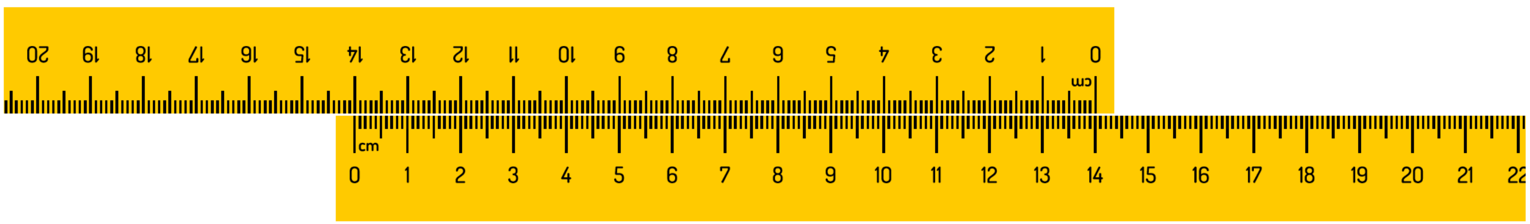
$3n - 5 = 10$	$-x - 2 = x - 12$
$\frac{20}{x} = 4$	$5x = 15$

5.12. Gæt en formel

$$V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot \pi \cdot (R^2 + r^2 + Rr)$$

2.11. 2 linealer

I skal tage to linealer og lægge dem, så tallene er ind mod hinanden.
I må selv om hvordan de ligger, men de hele centimeter skal være overfor hinanden.
Flyt ikke linealerne, og skriv sammenhørende tal fra den øverste lineal og den nederste lineal i en tabel.



Øverst	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5
Nederst	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

I skal prøve at skrive den sammenhæng der er mellem tallene på de to linealer med ord eller bogstaver og regnetegn.

3.14. Løs ligning i blinde

To elever sidder med skærm imellem sig. Den ene elev har en ligning foran sig. Den anden elev skal sige tre beregninger, som den anden elev skal foretage på sin ligning.

Når de tre beregninger er lavet skal I tjekke om de to ligninger, den oprindelige og den, der er fremkommet efter tre beregninger, har samme løsning.
I kan eventuelt anvende CAS til at løse ligningerne.
Hvis de ikke har samme løsninger, skal I sammen prøve at finde ud af, hvad der er gået galt.

Pointen med aktiviteten er ikke at løse ligningen, men at foretage beregninger.

3.14. Løs ligning i blinde

I må bruge disse beregninger som kommandoer:

- plus eller minus af et helt tal mellem 0 og 10
- plus eller minus af et helt tal mellem 0 og 10 ganget med x, fx “plus $3x$”
- gange med et helt tal mellem 2 og 10
- division med 2 eller 10
- gange med x

3.14. Løs ligning i blinde

Her er et eksempel:

Anna og Otto sidder på hver sin side af en skærm. Anna har ligningen $10x + 6 = 16$ foran sig, Otto kender ikke ligningen.

Otto siger:	Træk $2x$ fra på begge sider
Anna udfører:	$10x + 6 - 2x = 16 - 2x$
	$8x + 6 = 16 - 2x$
Otto siger:	Træk 5 fra på begge sider.
Anna udfører:	$8x + 6 - 5 = 16 - 2x - 5$
	$8x + 1 = 11 - 2x$
Otto siger:	Divider med 2.
Anna udfører:	$(8x + 1) : 2 = (11 - 2x) : 2$
	$4x + 0{,}5 = 5{,}5 - x$

3.14. Løs ligning i blinde

Eksempel - fortsat:

De løfter skærmen og betragter den nye ligning, som bestemt ikke er løst.

De taster begge ligninger, både den Anna startede med og den hun sluttede med, ind i et CAS-program, og finder at $x = 1$ er løsningen til dem begge. Det kunne de egentlig nemt se, nu hvor de vidste det. Så Anna må have udført ordrerne korrekt.

3.11. Hvilke beregninger vil løse ligningen?

$$7x + 2 = 2x + 12$$

Hvilke rækker af skridt løser ligningen? Der kan være flere rigtige.

1	divider med 2 træk 7 fra	3	træk $7x$ fra træk 12 fra divider med –5
2	træk $2x$ fra træk 2 fra divider med 5	4	træk $2x$ fra træk 2 fra divider med 7

3.15. Hvad er gået galt?

En elev har løst en ligning, men der er gået noget galt. Du skal finde fejlen. Du må gerne rette fejlen og løse ligningen.

$$3x + 3 + 6 - 2x = 24 + 4x$$
$$x + 9 = 24 + 4x + 2x$$
$$9 = 24 + 5x$$
$$-15 = 5x$$
$$-3 = x$$

5.13. Hvad er der gået galt?

$a^2 - 2a + (b+1) \cdot a$	
$a \cdot b + a$	$a^2 + ab - a$

2.4. Sortere ligninger

I får en masse ligninger, som I skal prøve at sortere, så de, der løses på samme måde, kommer i samme bunke.

For eksempel disse 6 ligninger:

$6x + 3 = 15$

$a \cdot 1825 + 1000 = 1100 - a$

$3x + 12 = 5x + 2$

$22{,}5 = -0{,}5x + 0{,}97$

$-10 + \frac{1}{2} \cdot k = 10.000$

$9{,}09 - 0{,}1 \cdot x = 1{,}77x + 0{,}01$

2.4 sortere ligninger

Ovenstående seks ligninger kan fx sorteres i to typer:
Tre ligninger af typen $ax + b = c$ (en ubekendt på den ene side af lighedstegnet)

$6x + 3 = 15$

$22{,}5 = -0{,}5x + 0{,}97$

$-10 + ½ \cdot k = 10.000$

Tre ligninger af typen $ax + b = cx + d$ (en ubekendt på begge sider af lighedstegnet)

$3x + 12 = 5x + 2$

$9{,}09 - 0{,}1 \cdot x = 1{,}77x + 0{,}01$

$a \cdot 1825 + 1000 = 1100 - a$