



# Hvad er en brøk?

Brøker kan opfattes på flere måder:

- En del af en helhed
- Forhold
- Divisionsstykke, der ikke er færdigt
- Punkt på en tallinje

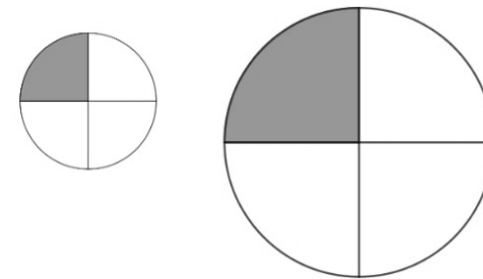
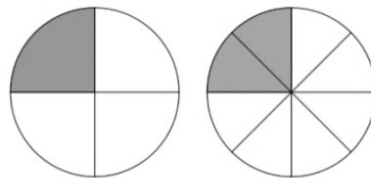
# Enhed eller proportional

*Two Types of Equivalence*

Unit equivalence

Proportional equivalence

*Representations*



*Example*

*Bill eats  $\frac{1}{4}$  of the cake and Sara eats  $\frac{2}{8}$  of the cake. Each of the numbers has the unit "cake" and it is the same size.*

$$\frac{1}{4} \text{ cake} = \frac{2}{8} \text{ cake}$$

*Bill eats one out of three bananas. Sara eats two out of six pieces of pizza. They have eaten the same fraction of their food.*

$$\frac{1 \text{ banana}}{3 \text{ bananas}} = \frac{2 \text{ pizza slices}}{6 \text{ pizza slices}}$$

Pernille Ladegaard og Mette Bjerre

# Hvornår er to brøker ens?



Vi ved godt det handler om at brøker kan forkortes/forlænges ved at gange med samme tal i tæller og nævner.

Men figuren mm fra før viser hvor svært det egentlig er.

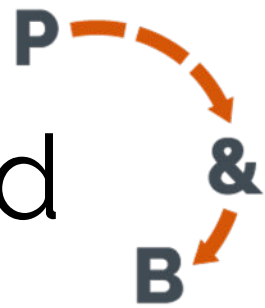
# Hvad gør brøker svære?



At de adskiller sig fra hele tal:

- Man kan ikke stille alle i rækkefølge.
- Man kan ikke tælle med dem.
- Samme tal har flere navne.

# MEGET svære at regne med



Tællestrategier findes ikke!



# Hvad kan man gøre?

Først og fremmest – giv tid! Eleverne har cirka brugt 10 år på at lære de hele tal.

Mange repræsentationer og mange erfaringer, mere med begrebet end med regnefærdighederne.

Start med få brøker.



# De vigtigste 15 brøker?

$\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}, \frac{3}{10}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{9}{10}, \frac{1}{1}, \frac{3}{2}$

# Brøker i kongreter



- Cirkler
- Klodser i stænger
- Foldestrimler
- Rektangler

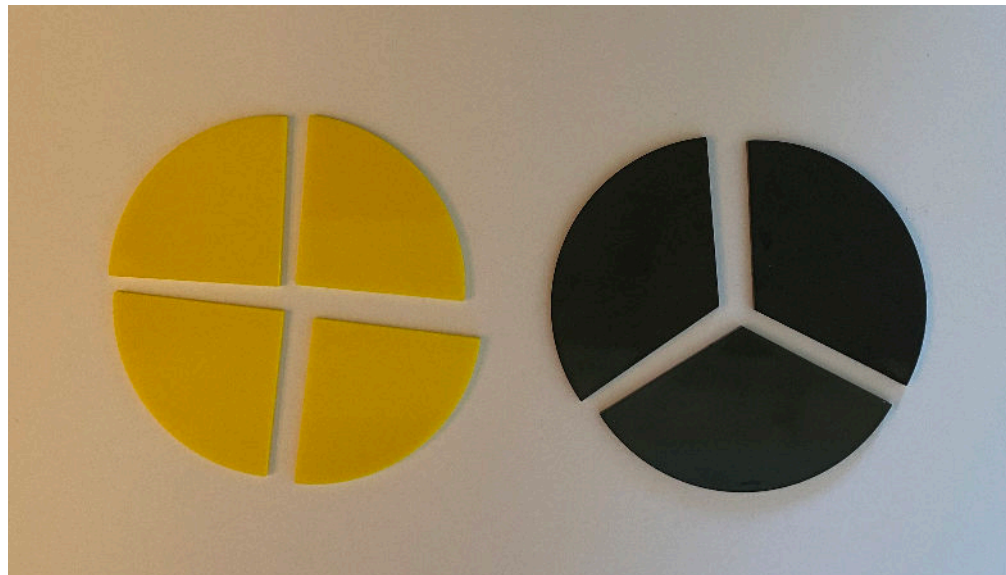


# Brøkcirkler



Fordel:

Helheden kan ses på hver enkelt del.

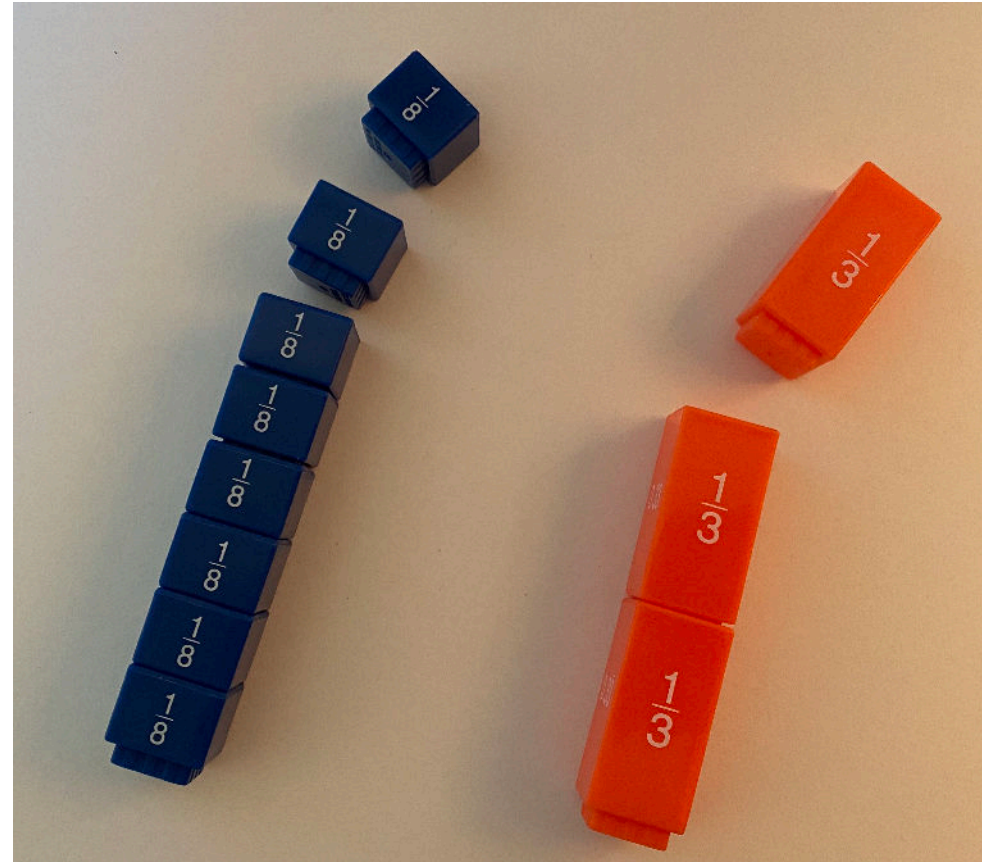


# Klodser i stænger



Fordel:

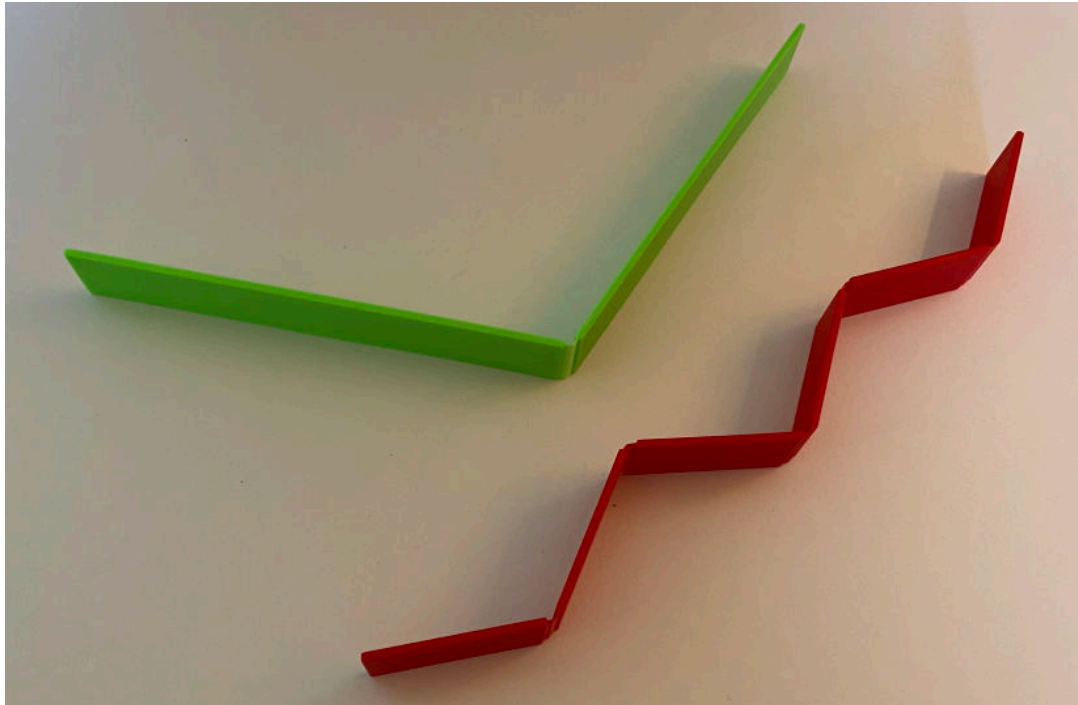
Giver fornemmelse  
for at brøker kan  
være større end 1.



# Foldestrimler

Fordel:

Relation til andre brøkdele og tallinje.

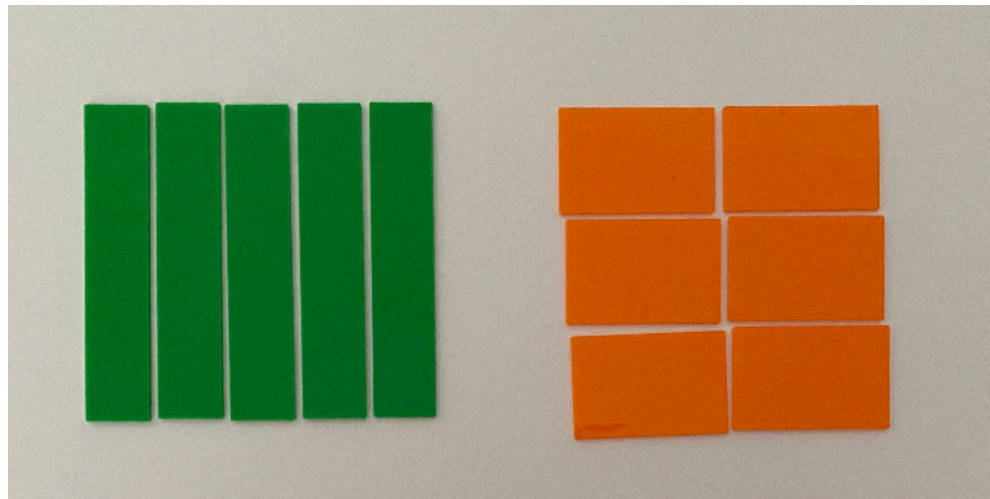


# Rektangler



Fordel:

Relaterer til mange hverdagserfaringer.

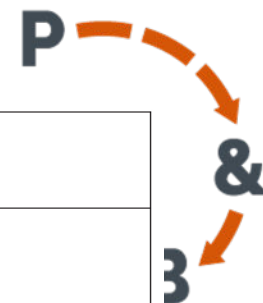


# Brøkmur

Fordel:

Relaterer til  
tallinjen.

1											
$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{2}$					
$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9}$
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$
$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{11}$
$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$



# Forskellige måder at skrive det samme



$\frac{1}{2}$

1/2

1:2

# Regning med brøker



# Addition og subtraktion



Addition af to brøker bliver meget konkret: læg de to brøkdele så de støder op til hinanden, nu er de lagt sammen! Problemet er, hvad vi skal kalde den sammenlagte brøk. Ved brøker dannes navnet af en tæller, der tæller antallet af brøkdele, der er navngivet ved nævneren. Med konkret brøkmateriale kan eleverne arbejde med at finde den konkrete brøkdel, hvormed de kan samle stykker nok til at de præcis dækker de to sammenlagte brøker, og dermed kan de danne navnet på den samlede brøk.

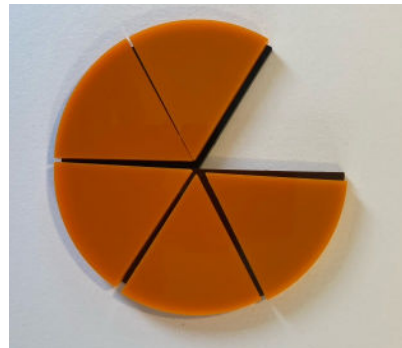
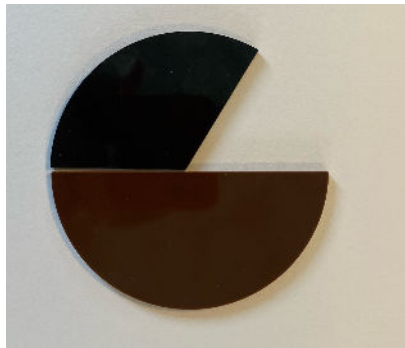
Man kan drage paralleller tilbage til da eleverne lærte at lægge tal sammen: små børn kan godt lægge tre kastanjer ved siden af fire kastanjer, så er de lagt sammen, men det er ikke sikkert at de ved at det samlede antal har navnet "syv".



# Addition og subtraktion



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

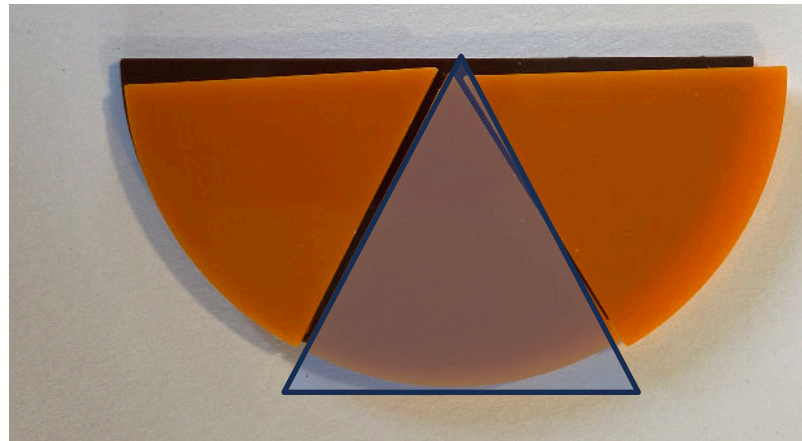


# Multiplikation



Med alt konkret brøkmateriale kan man tænke i multiplikation som “portion(er) af”.

Med hele tal er det fx at  $2 \cdot 3$  tænkes som 2 “portioner af” 3, det er 6. Med brøker er det fx at  $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}$  tænkes som  $\frac{1}{3}$  “portion af”  $\frac{1}{2}$ , det er  $\frac{1}{6}$ .

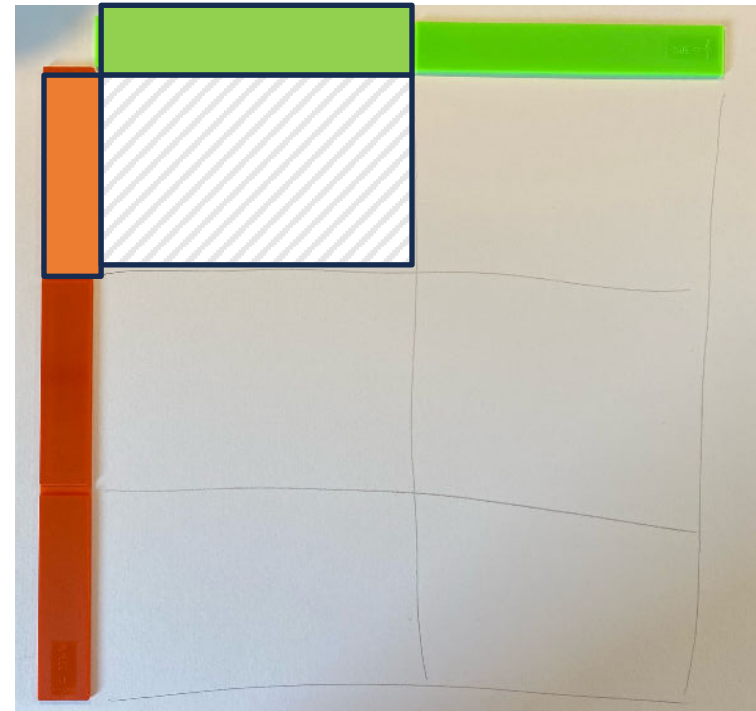


Eleverne skal lære at udtrykke dette sprogligt, og derefter igen eksperimentere sig frem til hvilken brøkdelt der er resultatet.

# Multiplikation

Med lineært brøkmateriale, hvor især foldebrøkerne er velegnede, kan man sammen med papir og blyant arbejde med multiplikation som areal. De lineære repræsentationer af brøkerne bruges til at danne siderne af et rektanglet, som så tegnes, sammen med hele det opdelte kvadrat, som viser enheden, og brøkdelen:

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



# Division - måling



Med alt konkret brøkmateriale kan man tænke i division som måling: hvor mange gange kan divisor være i dividenden. Med hele tal er det fx at  $12:2$  tænkes som hvor mange gange kan 2 være i 12, det kan den 6 gange  $12:2=6$ .

Det er klart nemmest at forstå når resultatet er et helt tal fx  $1/2:1/4=2$



Men det kan også lade sig gøre at illustrere ikke hele resultater, det er dog langt sværere fx  $1/2:1/3=1\frac{1}{2}$

Der kan være én hel tredjedel og en halv tredjedel.



# Division - ligedeling

Man kan også forstå division med brøker som ligedeling, og også det kan illustreres med alle konkrete brøkmaterialer fx  $1/4:2/3$ . Tænk man  $12:2$  som ligedeling er det spørgsmålet om at dele 12 ud mellem 2, så de får lige mange hver, og svaret er hvor mange én får. På samme måde skal  $1/4$  deles ud mellem de 2  $3$ 'de dele, det vil sige hver af de 2  $3$ 'de dele får halvdelen af  $1/4$  dvs.  $1/8$ .

Og så er det man skal huske at svaret på spørgsmålet  $1/4:2/3$  er hvor meget én får, nu ved man at  $1/3$  får  $1/8$ , det vil så sige at én hel får 3 gange så meget dvs.  $3/8$ . dvs.  $1/4:2/3 = 3/8$

