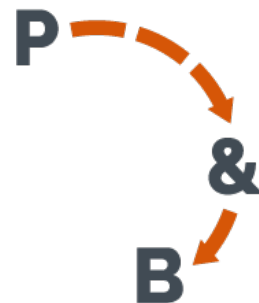


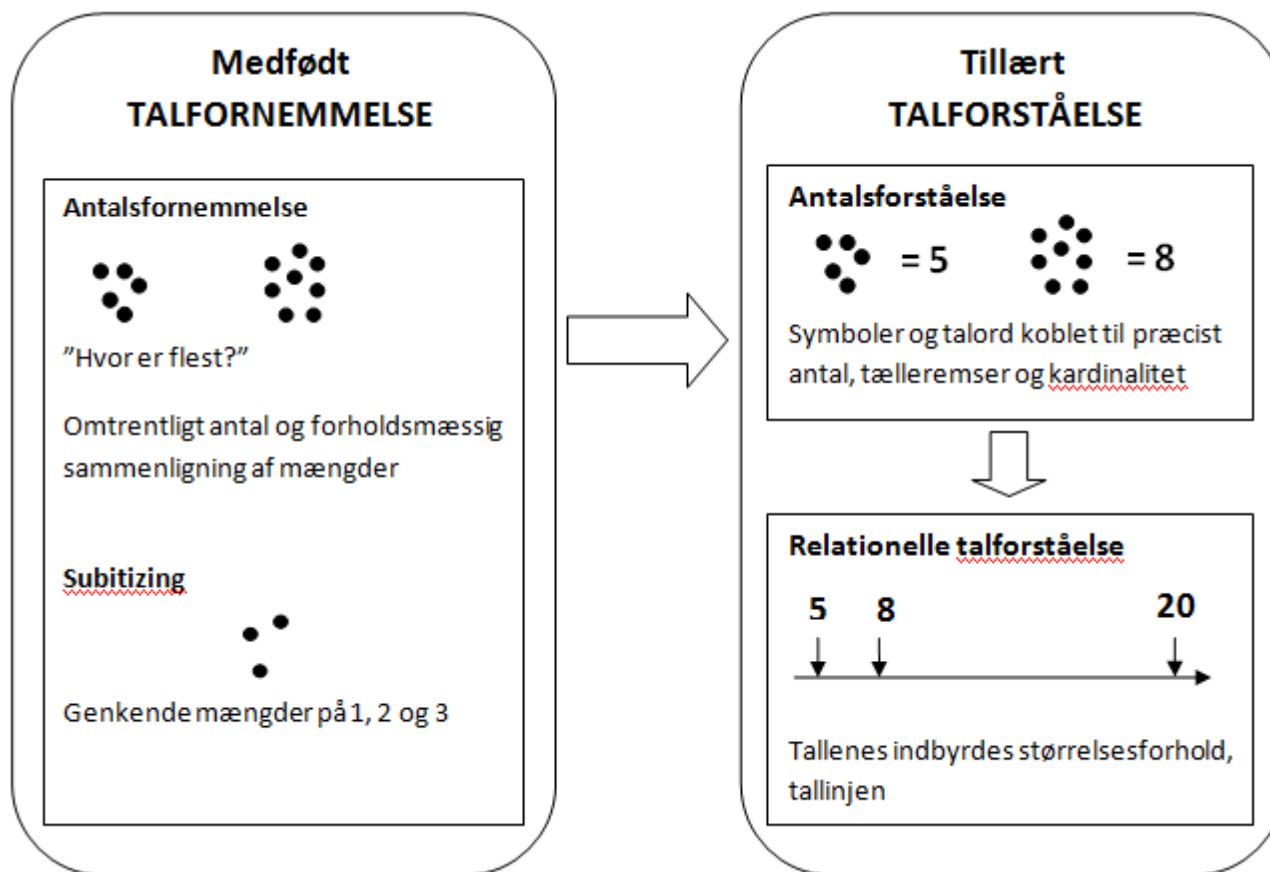
"Vi underviser i regning for at eleverne skal blive gode til matematik, ikke for at de skal blive gode til at regne".

Pernille Sunde



Fra talfornekkelse til talforståelse

Fra talforfømmelse til talforståelse



- Pernille B. Sunde og Lisser Rye Ejersbo

Talforståelse

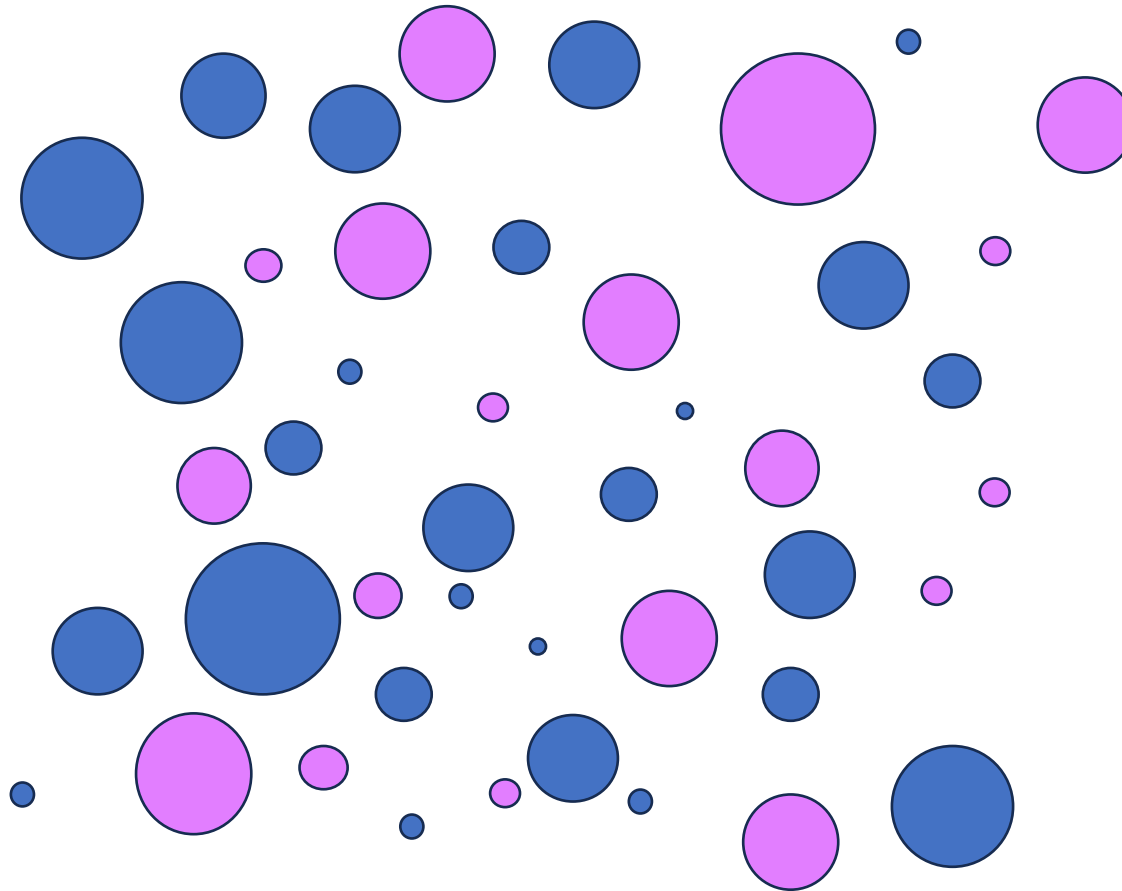
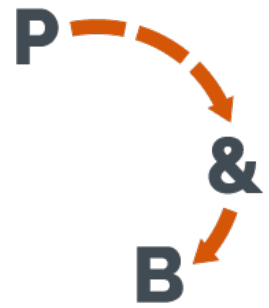


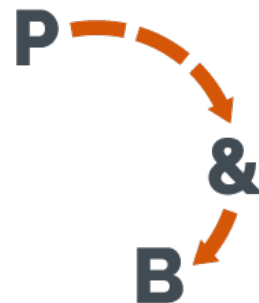
Talforståelse er at kunne **estimere tal og størrelser**, at kunne **genkende et helt forkert resultat**, at være **fleksibel**, når man regner noget i hovedet og at kunne veksle mellem **forskellige repræsentationer** af samme tal.

Talforståelse er et resultat af en kombination af vores medfødte antalsevner (til at skelne små mængder fra hinanden uden at tælle og også skelne relativt store mængder fra hinanden uden at tælle) og vores tillærte evner til at bruge talsymboler og forestille os disse på en mental tallinje.

Kalchmann, M., Moss, J., & Case, R. (2001)

Antalsfornemmelse





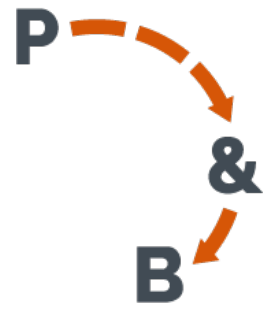
Antalsfornemmelse

Antalsfornemmelse

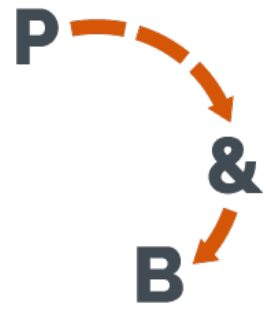
Evnen til at skelne mellem to mængder med relativt mange elementer.

På engelsk Approximate Number System (ANS)

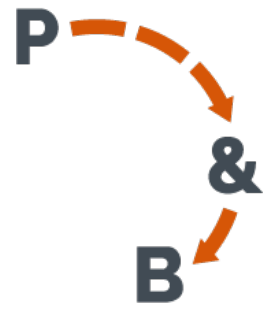
Subitizing



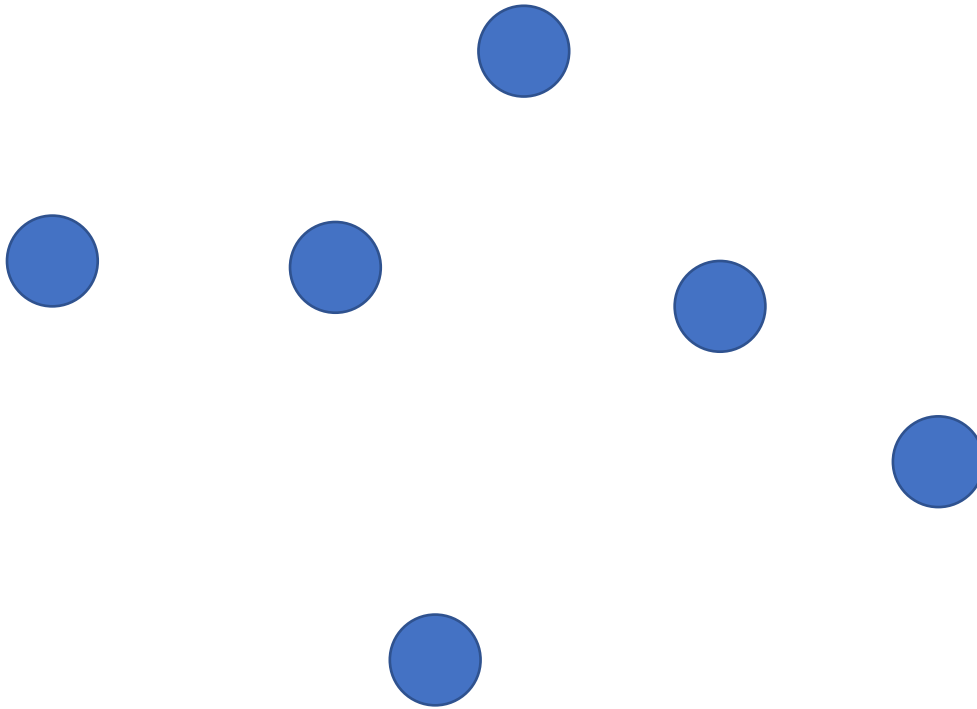
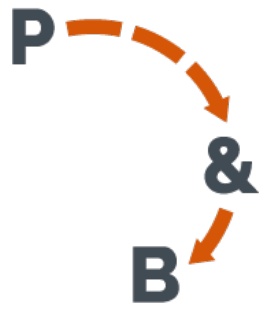
Subitizing



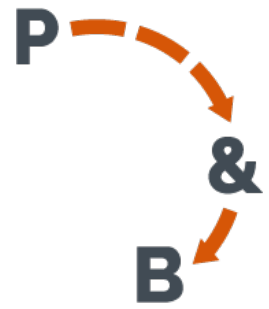
Subitizing



Subitizing



Subitizing



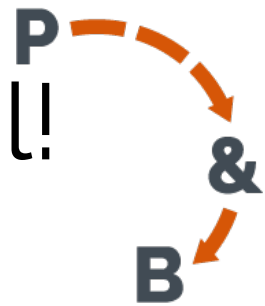
Subitizing



Subitizing

Evnen til at skelne små antal (typisk op til 4) uden at tælle.

Tæl mindre og tal mere om tal!

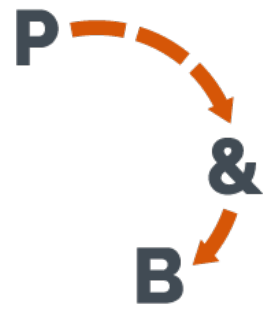


Vi skal turde snakke om antal på baggrund af subitizing.

Vi skal turde snakke om antal uden altid at tælle én ad gangen.

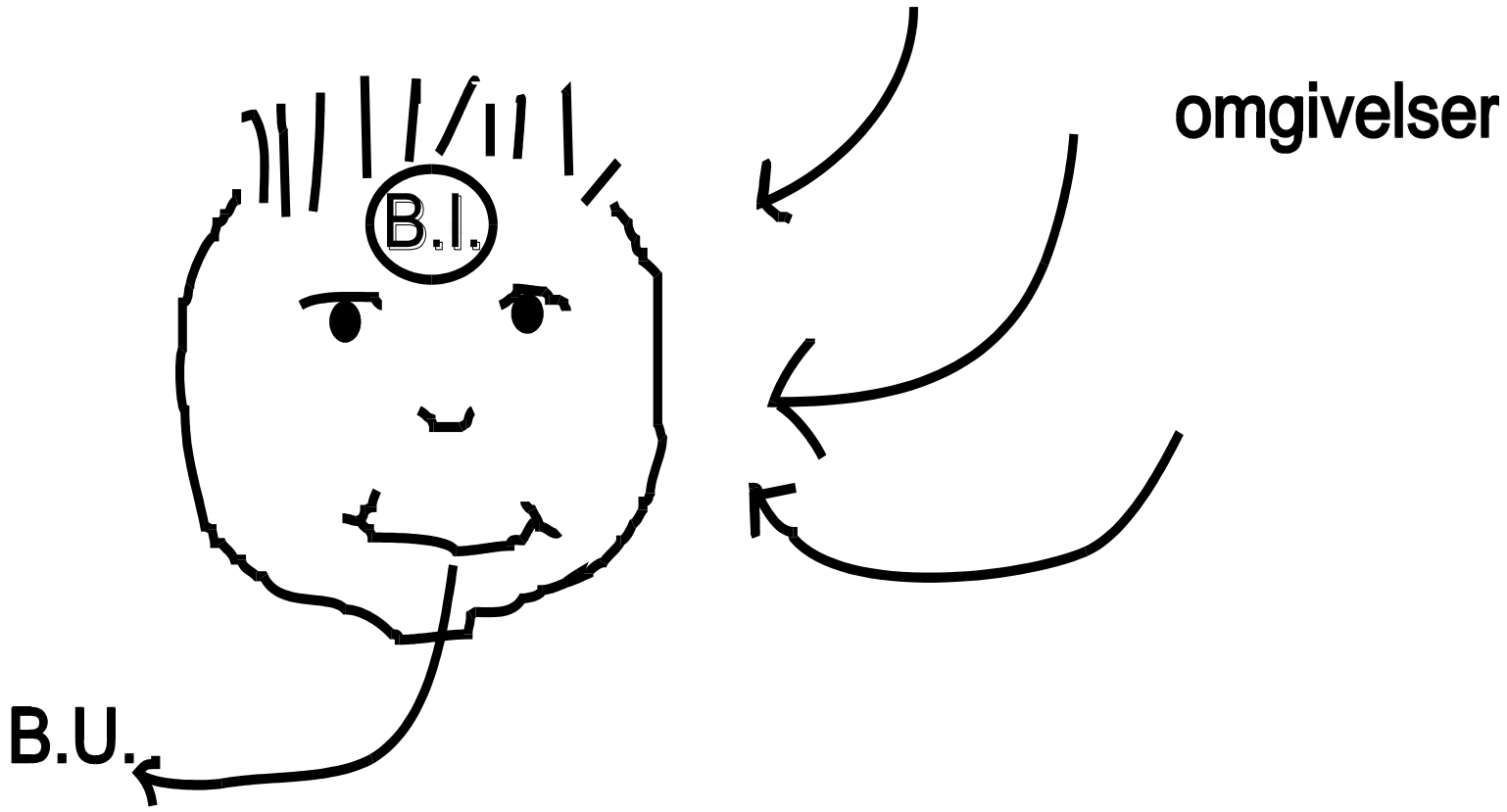
Selv små børn kan "se" tre, de ved bare ikke hvad det hedder.

"The Fiveness of five – not the process of counting!"

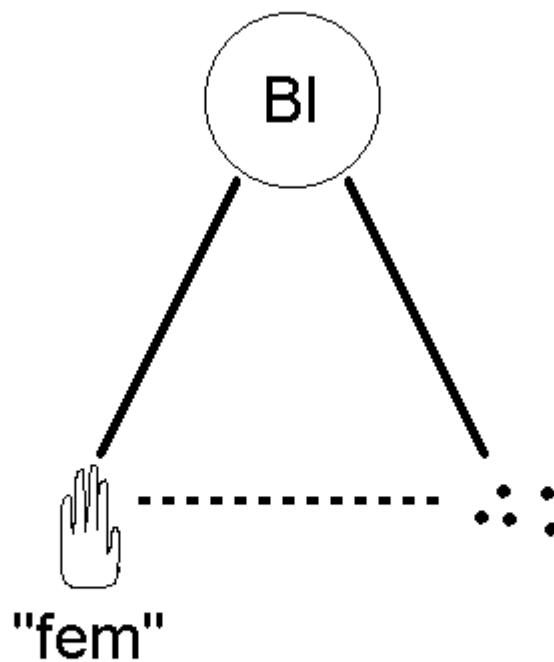
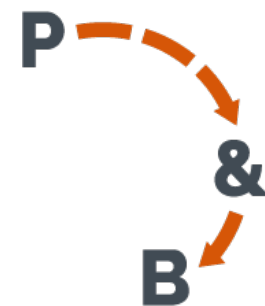


Begrebsdannelse

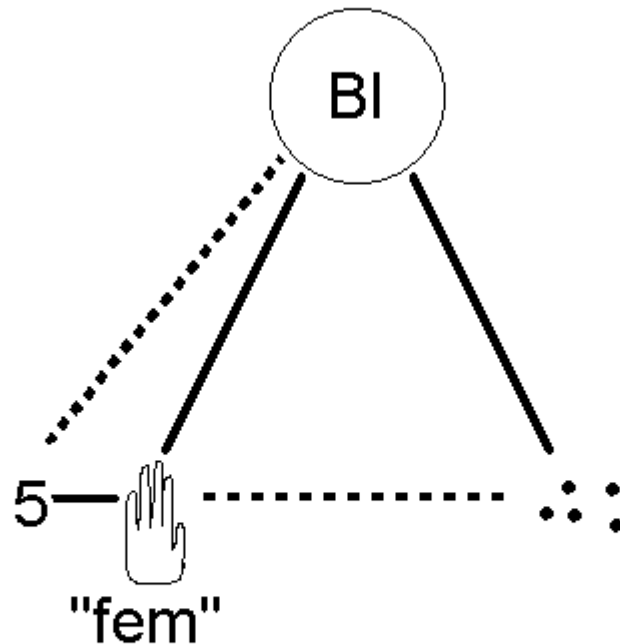
Begrebsdannelse



Begrebsdannelse



Matematik som fremmedsprog



Oversæt ukendt til kendt.

Det ukendte bliver efterhånden kendt.

Matematik som fremmedsprog



Matematik er et fremmedsprog (2. ordenssprog)

Modersmålet (1. ordenssproget) er det mundtlige og konkrete.

Et godt modersmål kræver brug af det mundtlige og konkrete.

Mange måder at møde tal

Tal for antal



Tal som måletal

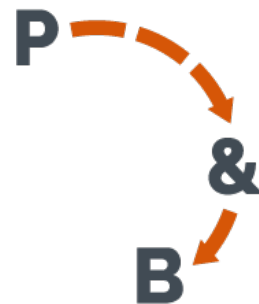


Tal som ordningstal

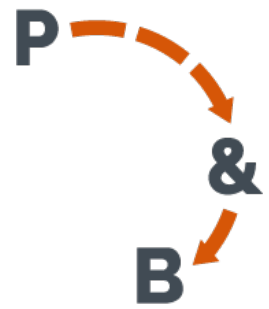


Tal som identifikation

26 19 96 55



SFON

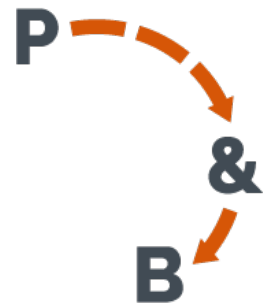


SFON

Spontaneous Focusing On Numerosity
(Spontant fokus på tal)

SFON er når man spontant bruger tal.

Manglende SFON er et tegn på matematikvanskeligheder.



SFON kan udvikles

Vi voksne omkring barnet skal vise SFON.

Materialer skal fremhæve antal, tal og mønstre.

Materialer skal nedtoner flotte farver og sjove tegninger.

Skidt for SFON

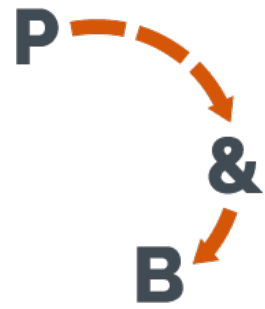


Hvor mange? Tegn tallestreker eller skriv tall.



Like mange

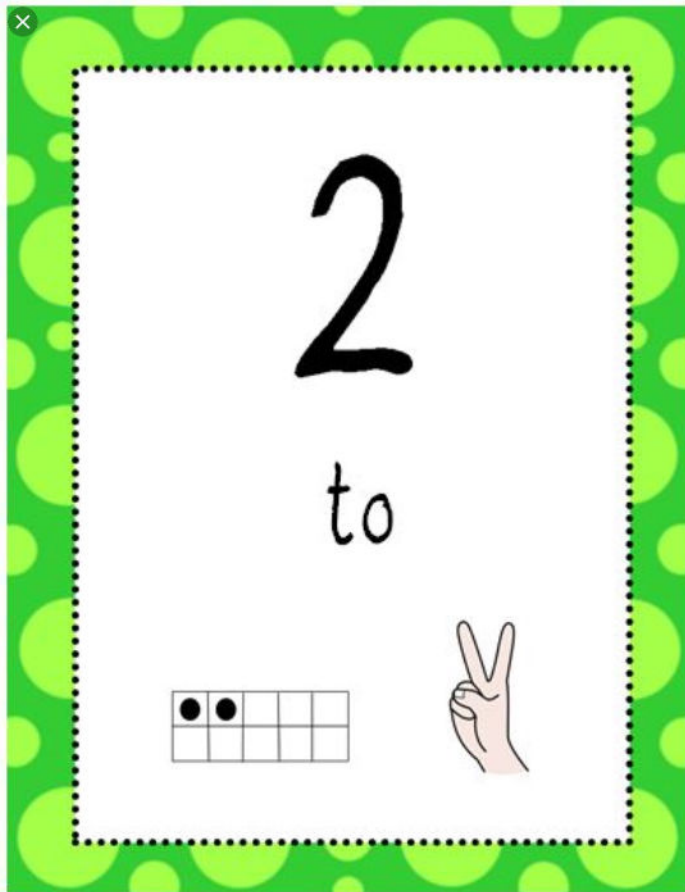
17



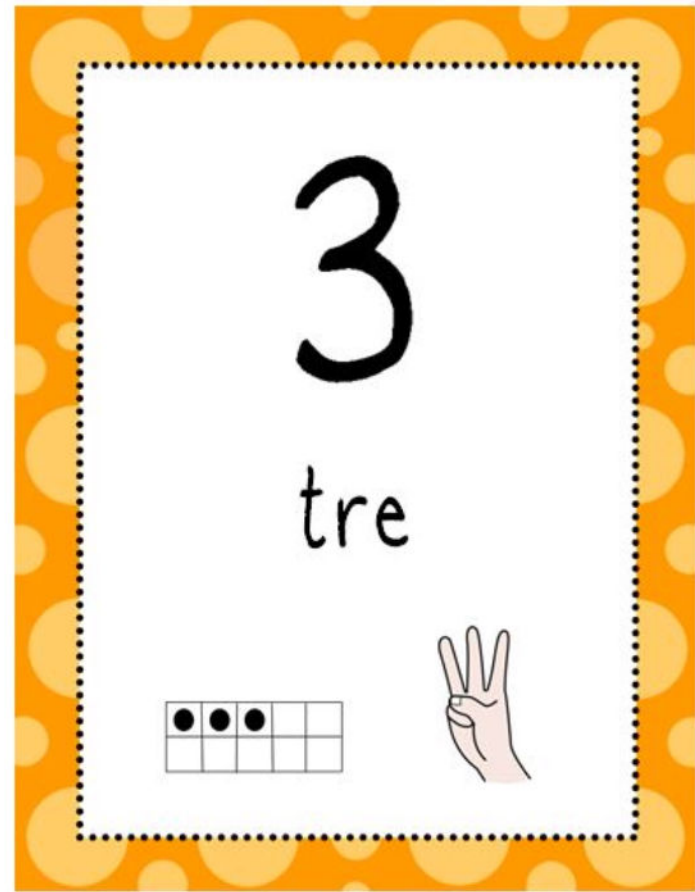
Radius

Godt for SFON

P
&
B



A flashcard with a green background and a pattern of light green circles. It features a large black number '2' in the center. Below the number is the word 'to' in a simple, lowercase font. At the bottom left, there is a ten-frame with two black dots in the first two cells. To the right of the ten-frame is a hand showing two fingers raised in a 'V' shape.



A flashcard with an orange background and a pattern of light orange circles. It features a large black number '3' in the center. Below the number is the word 'tre' in a simple, lowercase font. At the bottom left, there is a ten-frame with three black dots in the first three cells. To the right of the ten-frame is a hand showing three fingers raised.

Bubbleminds

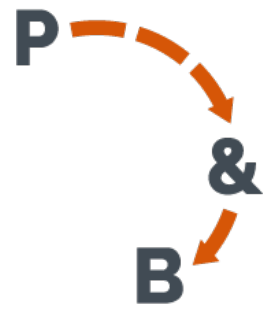
Godt for SFON

Samme form.

Samme farve.

Præsenteret i mønster.





Strategier

Strategier

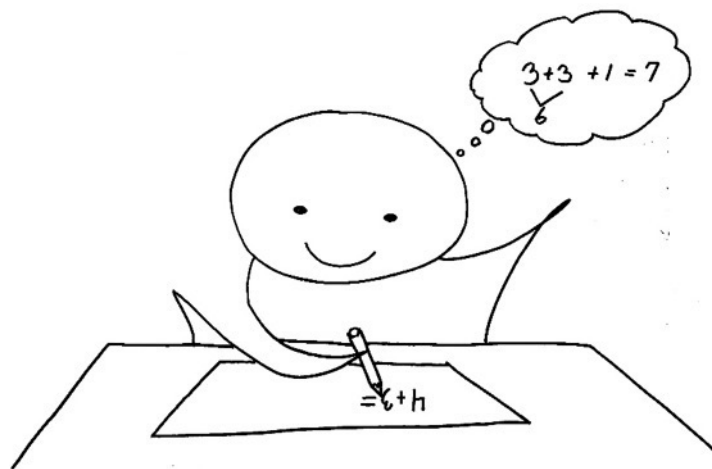
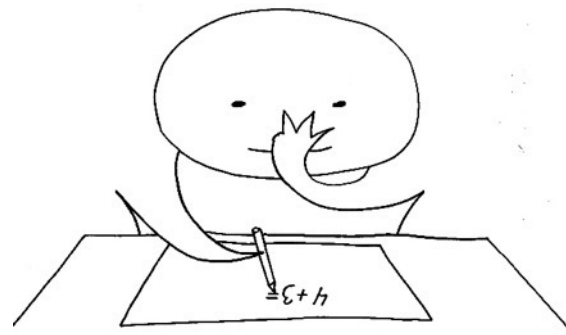
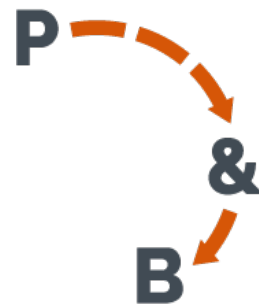
Backup strategier

Tællestrategier

Retrieval strategier

Hukommelsesstrategier.

Tænkestrategier.



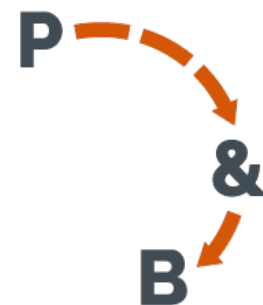
Forskning



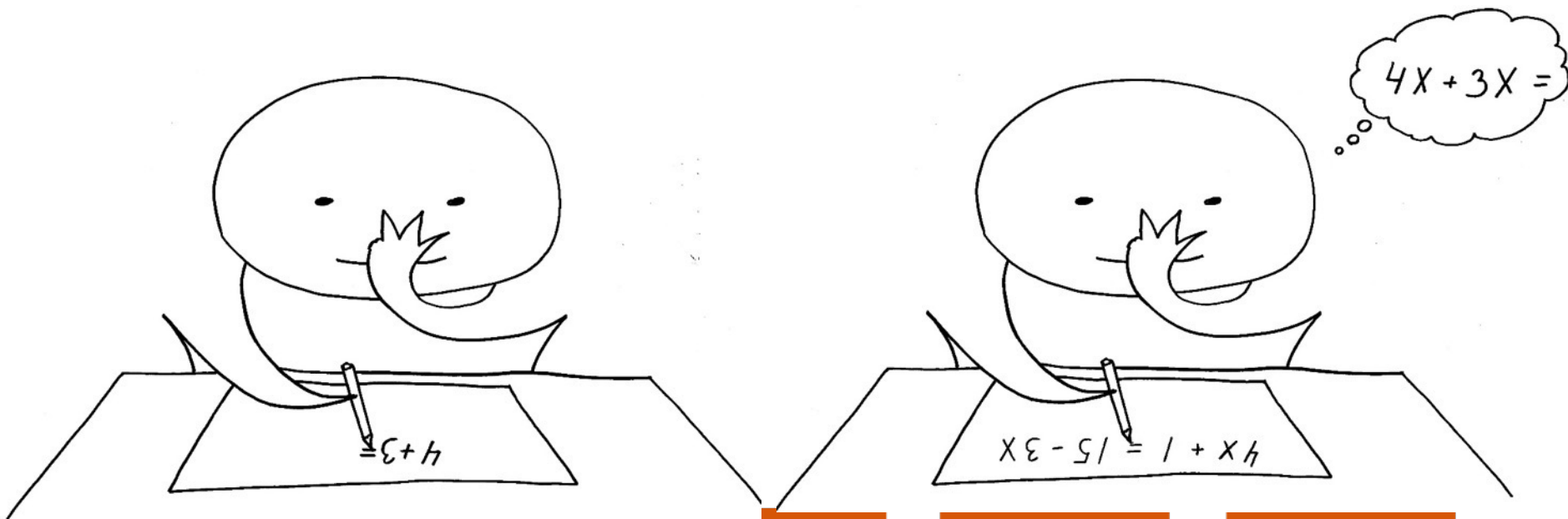
Ca. 100% af eleverne i matematikvanskeligheder bruger backup strategier (tællestrategier) gennem hele skoletiden.

Snorre Ostad

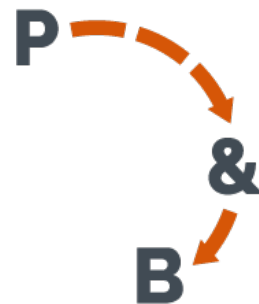
Forskning



Backup strategier bliver for krævende når matematikken bliver sværere.



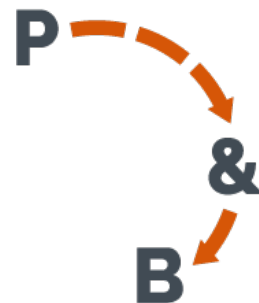
Forskning



Regnestrategier i 1. klasse kan forudsige matematikniveau i 4. klasse.

Strategier er en bedre predictor end en standardiseret matematikscore (fx MAT-test)

Pernille Sunde



Undervisning i strategier

Eleverne skal undervises i strategier.

De svageste finder ikke selv på dem.

Tællestrategier

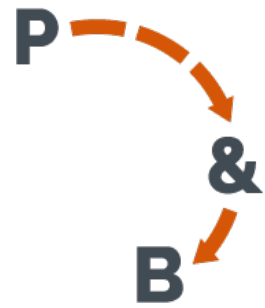


Tæller alt og forfra igen.

Tæller videre.

Viser begge på fingrene og siger resultatet.

Retrieval



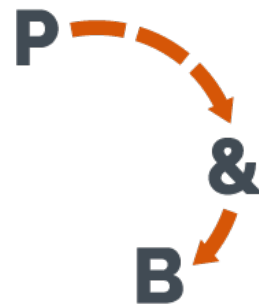
Retrieval er baseret på to ting:

1. Automatiserede talsammenhænge
2. Strategier for at kombinere disse.

De første additionsstrategier



- Tælle videre.
- Automatisere plus-par: $1 + 1$, $2 + 2$, $3 + 3$ osv.
- Bruge plus-par $+1$ fx $3 + 4 = 6 + 1$ og plus-par -1 fx $8 + 7 = 16 - 1$
- Automatisere 10'er venner fx $2 + 8 = 10$
- Bruge 10'er venner: fx $9 + 2 = 10 + 1$, $8 + 5 = 10 + 3$



Regning med større tal

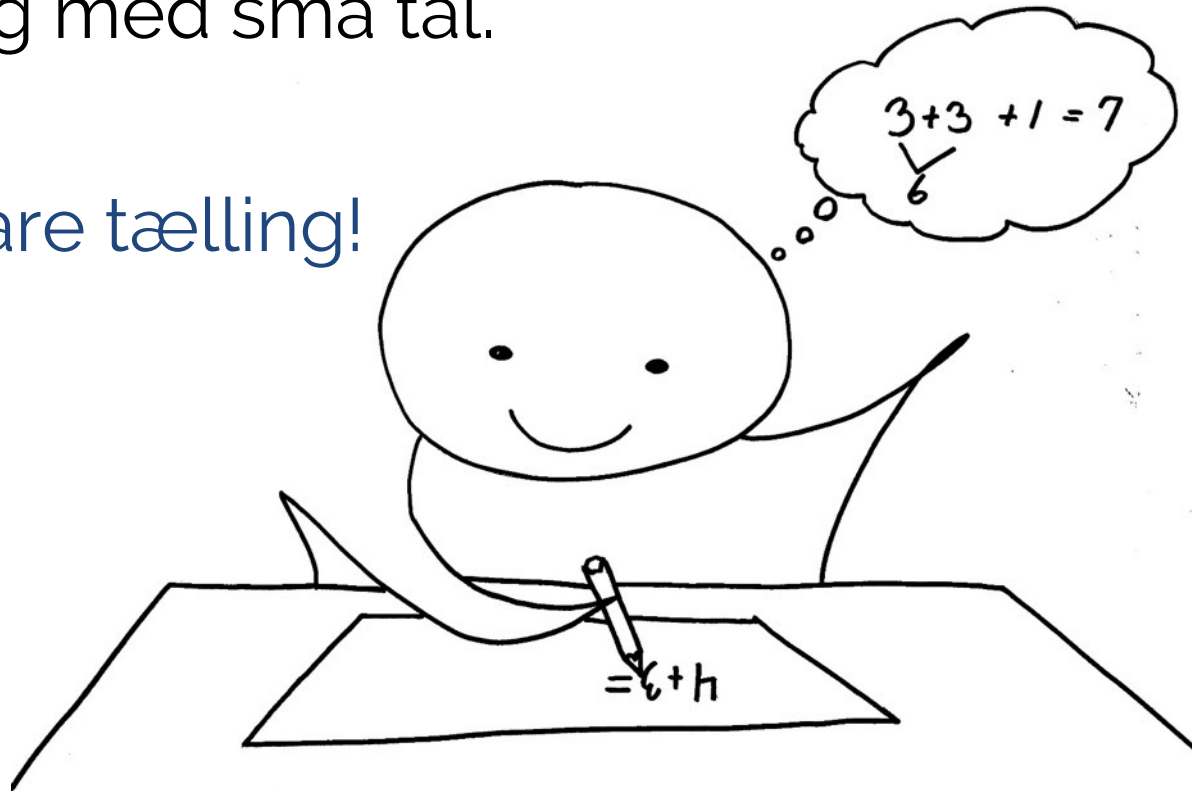
Vi har et positionssystem med ti cifre.

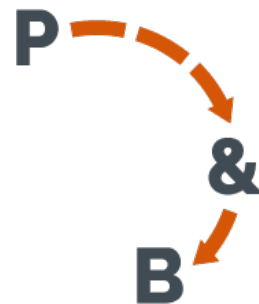
Al regning er baseret på, at man kan regne med de første ti tal.

Paradigmeskifte

Det hele starter med, at vi skal undervise i regning med små tal.

Ikke bare tælling!





Regnemetoder

Min overbevisning



Min overbevisning:

Så længe alle elever skal lære de klassiske standardalgoritmer fastholder vi nogle elever i matematikvanskeligheder,

- og resten bliver bare for dårlige til at regne 😊.

Klassiske standardalgoritmer

Addition

$$\begin{array}{r} 1 1 \\ 235 \\ + 167 \\ \hline 402 \\ \hline \hline \end{array}$$

Subtraktion

$$\begin{array}{r} 10 10 \\ 402 \\ - 167 \\ \hline 235 \\ \hline \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 402 \\ - 167 \\ \hline 235 \\ \hline \hline \end{array}$$

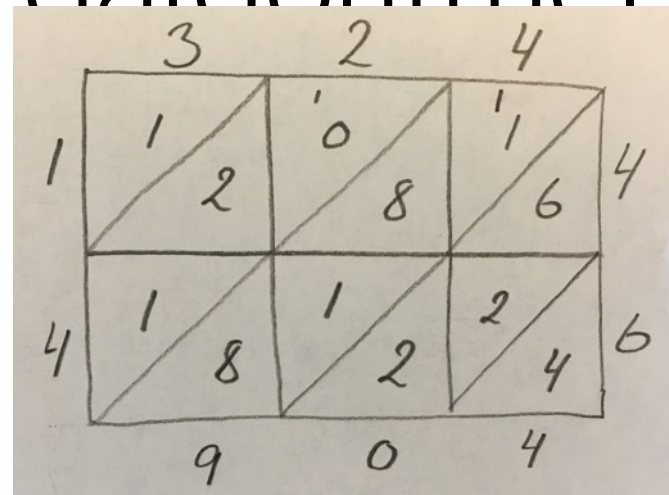
Forskellige mellemregninger

Klassiske standardalgoritmer



Multiplikation

$$\begin{array}{r} 46 \cdot 324 \\ \underline{12960} \\ 14904 \end{array}$$



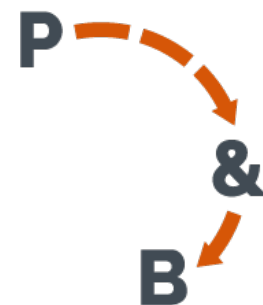
Division

$$\begin{array}{r} 065 \\ 5 \overline{) 325} \\ \underline{0} \\ 32 \\ \underline{30} \\ 25 \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{5} \\ 30 \\ 326 \\ 255 \end{array}$$

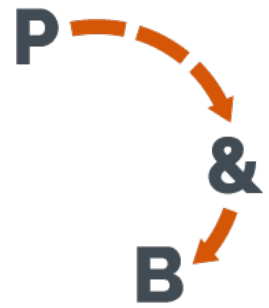
$$\frac{325}{5} = 65$$

Regnemetoder



Lær eleverne talbaserede regnemetoder –
ikke cifferregning.

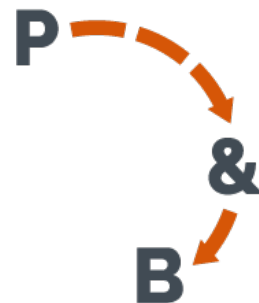
Giv dem enkle og fleksible regnemetoder – og
lær dem at tænke!



Regnemetoder

Fleksibilitet betyder:

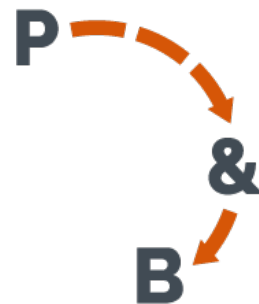
- to elever, der bruger samme metode ikke behøver samme mellemregninger.
- samme elev behøver ikke samme mellemregninger når hun bliver øvet.



Hvordan?

Forskning: Direkte instruktion er mest effektivt for elever, der oplever vanskeligheder ved at lære.

Men det betyder ikke, at de skal lære udenad uden at forstå.



De klassiske algoritmer

De klassiske algoritmer er smukke eksempler på, hvor genialt vores positionssystem er.

Men det er for matematikkens og dannelsens skyld!

Min ven i kampen: Maria

De traditionelle standardalgoritmer

- ★ Mange elever laver fejl, da de ikke forstår algoritmen og derfor har svært ved at huske den!

$$\begin{array}{r} + 57 \\ 238 \\ \hline \hline 295 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 435 \\ - 238 \\ \hline \hline 197 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 80 \\ \cdot 12 \\ \hline 160 \\ + 80 \\ \hline \hline 960 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 20 + \\ 200 \\ \hline \hline 220 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4 \cdot 123 \\ \hline \hline 492 \end{array}$$

- Man regner med cifre fremfor tal - elevernes talforståelse sættes ud af spil
- Én fastlåst procedure bestående af ufravigelige trin-for-trin handlinger. Eleverne holder op med at finde på smarte måder at **tænke** på og prøver i stedet at **huske** opstilling og **huske** procedure.
- Korrekt procedure er forudsætning for korrekt udregning.
- Bygger på bestemte/fastlåste forudsætninger.

Læseplanen

Tal og algebra (1.-3. klassesetrin)

Det er centralt, at læreren udfordrer og støtter de enkelte elever på en måde, så eleverne udvikler deres regnestrategier på baggrund af deres talforståelse frem for at lære procedurer for opstilling og udregning. Der sigtes ikke mod opøvelsen af standardiserede algoritmer. I trinforløbet (1.-3. klassesetrin) arbejder eleverne med hensigtsmæssige strategier til beregning, herunder strategier til:

- Hovedregning
- Overslagsregning
- Regning med skriftlige notater
- Beregninger med digitale værktøjer.

Prøven uden hjælpemidler maj 2019

Opgave 5

Regn stykkerne.

5.1 $1072 + 4038 =$

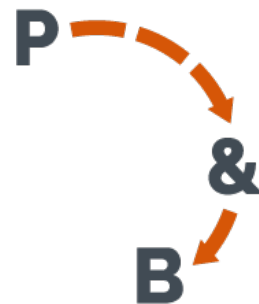
5.2 $701 - 149 =$

5.3 $350 \cdot 9 =$

5.4 $7021 : 7 =$

Opgave	Andel elever der har svaret forkert (afrundet til heltal i %)	Fejlsvar	Antal elever pr. fejlsvar
--------	---	----------	---------------------------

5.1	7 %	5100	1424
		5010	350
		6110	220
5.2	30 %	462	2656
		550	2245
		562	2221
		648	2101
		652	1772
5.3	16 %	3050	715
		3250	654
		2745	480
5.4	31 %	103	10993
		13	633
		703	445



Forskning

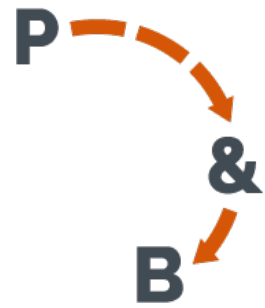
Elever på alle klassetrin viser begrænset adaptivitet i deres strategibrug.

(PP: begrænset adaptivitet betyder at gøre nøjagtigt det samme uanset tallene)

De elever der bruger shortcut strategier regner oftere rigtigt end elever der bruger standard algoritmen.

Lóa Jóelsdóttir

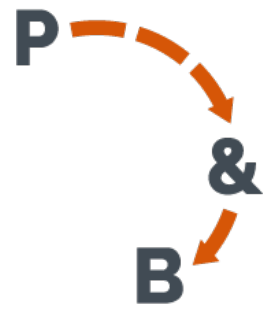
Forskning



Adaptive eksperter scorer markant højere i matematik end rutine eksperter.

(PP: adaptive eksperter er elever, der regner det meste rigtigt ved brug af adaptive metoder, rutine eksperter er elever der regner det meste rigtigt ved brug af standard algoritmer)

Pernille Sunde og Lóa Jóelsdóttir



Regnemetoder

Pernille Pinds bud:

Lær eleverne regnemetoder der er:

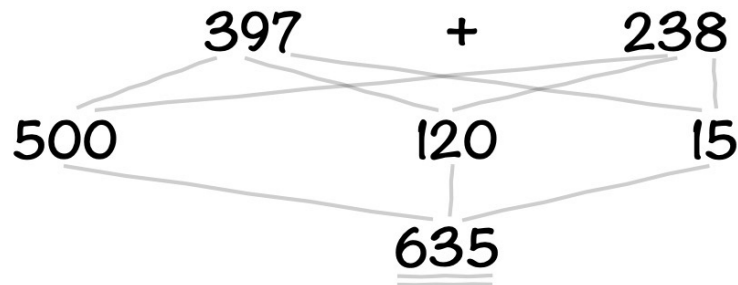
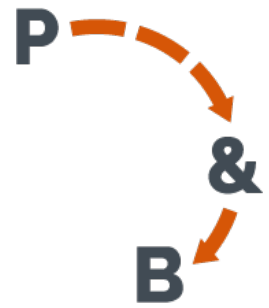
- talbaserede
- enkle
- fleksible
- og huskbare

Og lær dem at SE PÅ TALLENE inden de regner, og vurder om der er en smart strategi.

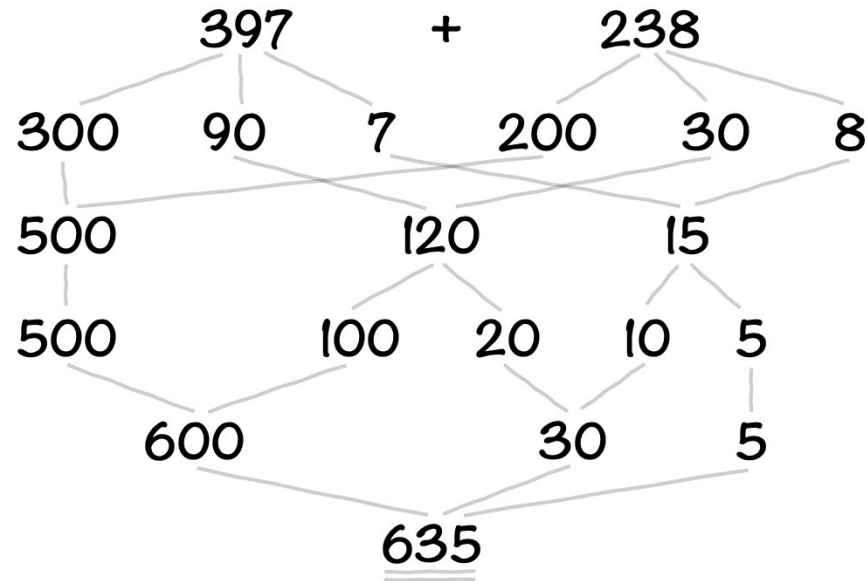
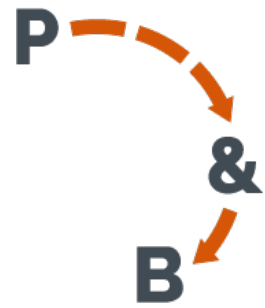
Addition, Lidt ad gangen

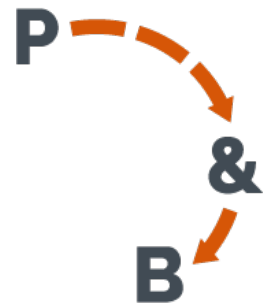
$$\begin{array}{r}
 56 + 38 \\
 \hline
 56 \quad 30 \quad \cancel{4} \quad 4 \\
 60 \quad \cancel{30} \quad 4 \\
 90 \quad \cancel{4} \\
 \underline{\underline{94}}
 \end{array}$$

Addition, Split op



Addition, Split op





Addition, særlige

Flytte fra den ene til den anden

$$39 + 43 = 40 + 42$$

Lægge til og trække fra igen

$$39 + 43 = 40 + 43 - 1$$

Trække fra og lægge til igen:

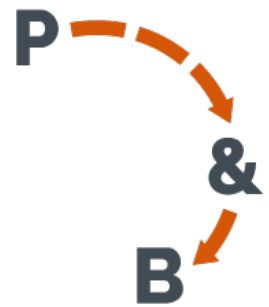
$$141 + 60 = 140 + 60 + 1$$

Subtraktion, Lidt ad gangen

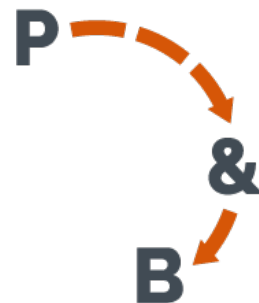


$$\begin{array}{r} 904 - 849 \\ \hline \cancel{9}0\cancel{4} \quad \cancel{8}00 \quad 40 \quad 5 \quad \cancel{4} \\ \cancel{1}00 \quad \cancel{4}0 \quad 5 \\ 60 \quad 5 \\ \hline \underline{\underline{55}} \end{array}$$

Subtraktion, Fylde op



$$904 - 849 = 1 + 50 + 4 = 55$$



Subtraktion, særlige

Gå tilbage:

$$7986 - 2 \text{ eller } 7986 - 986$$

Lægge til begge, eller trække fra begge:

$$99 - 74 = 100 - 75 \text{ eller } 101 - 76 = 100 - 75$$

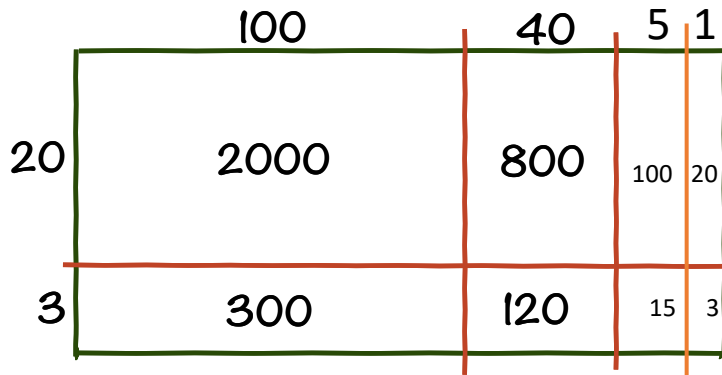
Lægge til/trække fra og så kompensere bagefter:

$$100 - 74 = 100 - 75 + 1 \text{ eller } 100 - 76 = 100 - 75 - 1$$

Multiplikation, Areal

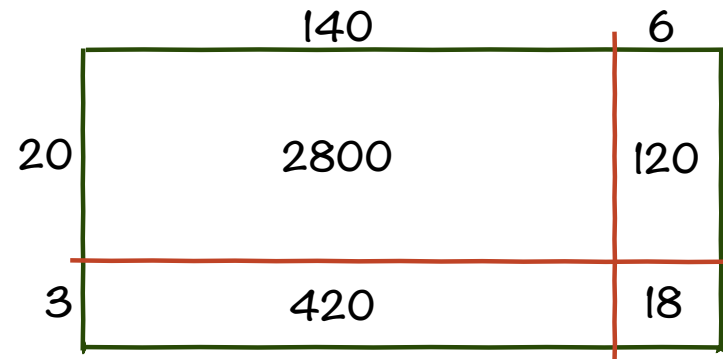


$$23 \cdot 146$$



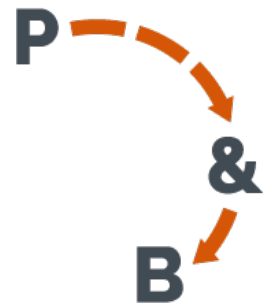
$$2000 + 800 + 100 + 20 + 300 + 120 + 15 + 8 = 3358$$

$$23 \cdot 146$$



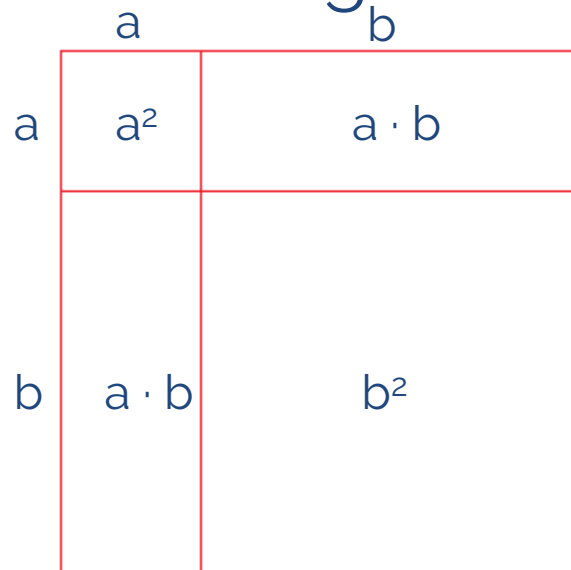
$$2800 + 558 = 3358$$

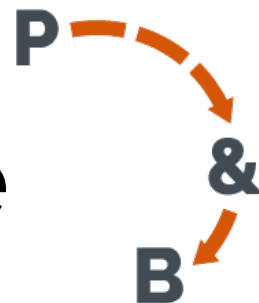
Regning med bogstaver



Geometrisk repræsentation af
algebraisk sammenhæng:

$$(a + b)^2$$





Multiplikation, se på tallene

Gange med for meget og trække fra:

$$9 \cdot 36 = 10 \cdot 36 - 1 \cdot 36 = 360 - 36 = 324$$

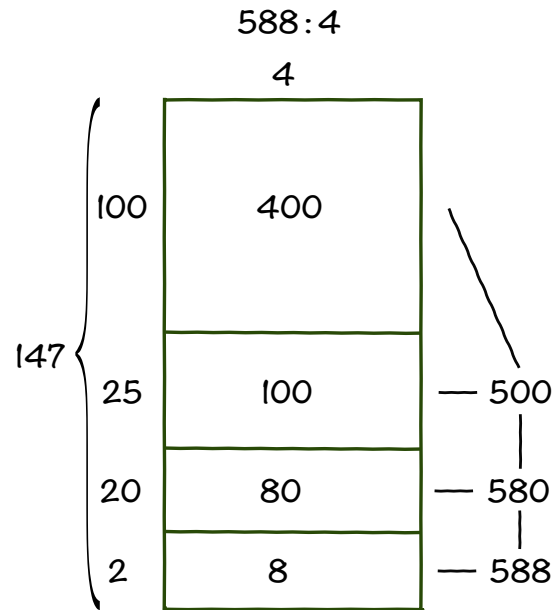
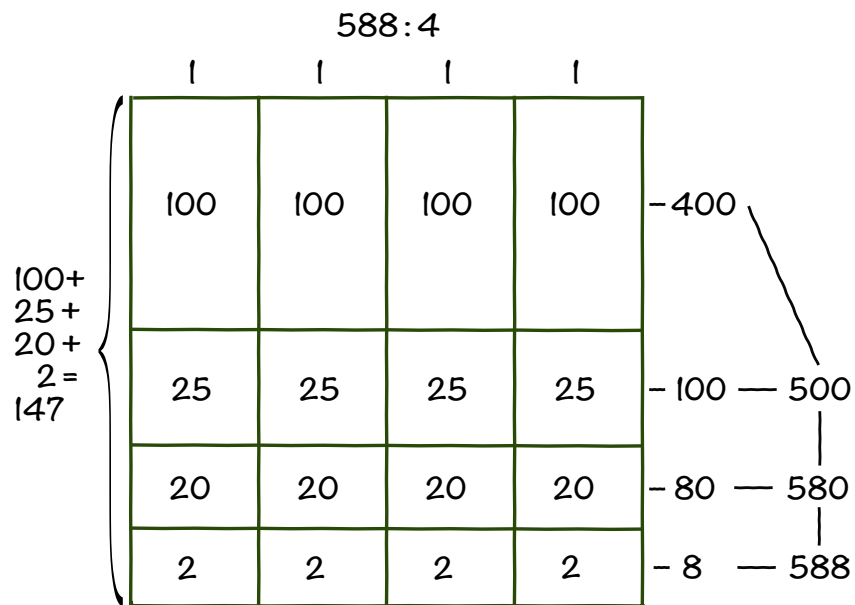
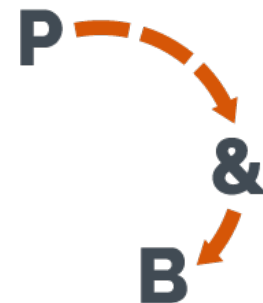
Gange med for meget og bagefter dividere – eller omvendt:

$$25 \cdot 1248 = 100 \cdot 1248 : 4 \text{ eller } 1248 : 4 \cdot 100 = 31200$$

Dobbelt op og dobbelt op og...

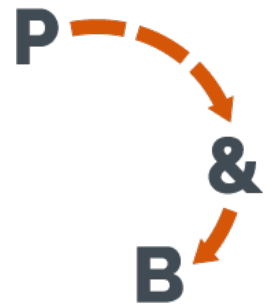
$$8 \cdot 15 = 4 \cdot 30 = 2 \cdot 60 = 120$$

Division, Lighedeling



Division, særlige

Gæt og prøv efter!



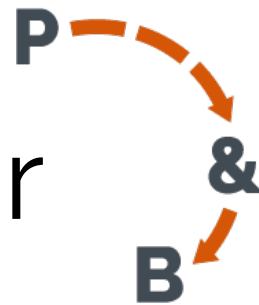
Mit mål med regnemetoder



Talbaserede, fleksible regnemetoder

- Man kan udnytte de talsammenhænge man kan.
- Kan bruges til overslag.
- Nemme at huske og forstå.

Podcast om regnestrategier



<https://dff.dk/ansog/stottet-forskning/podcasts/podcast-5>



LOG PÅ E-GRANT KONTAKT ENGLISH



ANSØG RÅDGIVNING OG SAMARBEJDE OM FONDEN



PODCAST

Hvordan kan regnestrategier forbedre børns matematikforståelse?

Hvorfor kæmper nogle med matematikken, mens andre brillerer? Og hvad kan vi gøre for at hjælpe dem, der har svært ved det?

Gennem sin forskning i børns matematikforståelse har adjunkt Pernille Bødtker Sunde fra VIA University College undersøgt, hvordan børns regnestrategier ved

MODTAGER

Pernille Bødtker Sunde
VIA University College/University in Leuven,
Belgien