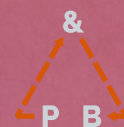


RoS / Spil Regning

Pernille Pind



FORLAGET
PIND OG BJERRE

INDHOLD

Materialer	4
Mellemregning	5
1 - Mulige regnestykker	9
2 - Muligt regnestykke	10
3 - Automatisering	11
4 - Lav selv regnestykker	12
5 - Lav selv mellemregninger	13
6 - Flest regnestykker	14
7 - Hurtigregner	16
Overslag	17
1 - Mulige overslag	19
2 - Hvor tæt på?	20
3 - Tættest på	21
Tusindtal	22
1 - Mix og match	24
2 - Sorter regnestykker	25
3 - Krig	26
4 - Quiz og byt	27

MATERIALER

MELLEMREGNING

Fysiske materialer: Mellemregningkort 10 sæt á 5 kort
Regnestykkekort 10 sæt á 20 kort



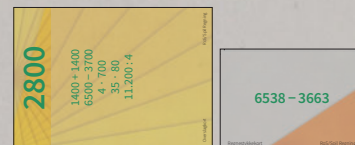
Filer til print: Ros mellemregning - mellemregningkort.pdf (A4 tosidet udskrivning - kort kant)
Ros mellemregning - regnestykkekort.pdf (A4 ensidet udskrivning)

Alle kortene er forskellige.

Hvert sæt kort er markeret med en farvet fane. Farven markerer hvilke mellemregningkort der passer til hvilke regnestykkekort.

OVERSLAG

Fysiske materialer: Overslagkort 7 sæt á 12 kort
Regnestykkekort 4 · 2 sæt á 21 kort
Tallinje 7 stk



Filer til print: Ros overslag - overslagkort.pdf (A4 ensidet udskrivning)
Ros overslag - regnestykkekort.pdf (A4 tosidet udskrivning - kort kant)
Ros overslag - tallinje.pdf (A3 ensidet udskrivning)

De 7 sæt overslagkort rummer alle de samme 12 overslagkort. De er markeret med forskellige gule faner, så de nemt kan samles i sæt igen.

De 4 · 2 sæt regnestykkekort rummer 4 sæt af 2 · 21 forskellige regnestykker. 21 markeret med orange faner (i 4 versioner, for at markere sættene) og 21 markeret med lilla faner.

Hvis man selv printer tallinjer, skal A3-arket skæres op, så der bliver 12 lange strimler, der kan samles til 4 tallinjer på denne måde:



Den grå markering er det aktuelle tal. Den røde markering er +/- 10% af tallet. Den grønne markering er +/- 50% af tallet. Og 0 markerer 0 på tallinjen.

TUSINDTAL

Fysiske materialer: Tusindtalkort med symbolregnestykker 3 sæt á 30 kort
Tusindtalkort med talordsregnestykker 3 sæt á 30 kort
Sorteringsark 7 stk



Filer til print: Ros tusindtal - tusindtalkort.pdf (A4 tosidet udskrivning - lang kant)
Ros tusindtal - sorteringsark.pdf (A4 ensidet udskrivning)

De 2 · 3 sæt tusindtalkort rummer kort i tre sværhedsgrader, markeret med tre forskellige gule faner.

MELLEMREGNING

Formålet med disse aktiviteter er at fremme en undervisning, der har fokus på fleksible regnestrategier.

Fleksible regnestrategier er, når man – før man regner – kigger på regnestykket og tænker over, om man i sit lager af regnestrategier og automatiserede regnestykker har noget, der kan hjælpe med at udregne regnestykket.

I Mellemregning præsenteres eleverne for en lang række **mellemregningkort**, der er **regnestykker med et facit**. Grundideen for alle aktiviteterne er, at disse mellemregningkort skal bruges til at løse nogle regnestykker, som er givet på **regnestykkkort**.

Elevernes opgave er at være **regnekreative** og se, om de med en **regnestrategi** kan få parret et mellemregningkort med et regnestykke.

Regnestykkerne på mellemregningkortene er enkle. De er så enkle, at de for alle elever efterhånden skal opleves som meget lette at udregne eller ligefrem automatisere (kunne udenad).

Arbejdet med at bruge givne mellemregninger til udregningen af et vanskeligere regnestykke, hjælper med at **udvikle elevernes regnestrategier**, da de bliver udfordret på, hvad de skal tage udgangspunkt i, og ikke bare kan vælge det de plejer eller det, de umiddelbart synes er smartest.

Det betyder omvendt også, at udregningerne af og til bliver mere komplicerede end de plejer, når man bliver tvunget til at bruge bestemte mellemregninger. Det er netop det benspænd der gør, at eleverne kommer til at regne på mange forskellige måder.

”

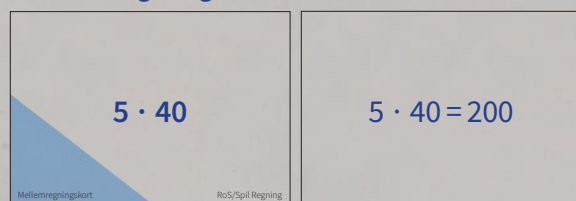
Det er netop det benspænd der gør, at eleverne kommer til at regne på mange forskellige måder.

Det er svært at undervise i at være **kreativ**. Med Mellemregning viser vi en vej til at **udvikle regnekreativitet**. Vi giver nogle benspænd, det kræver kreativitet at komme over. Man kan nemt snuble i dem, specielt til at starte med, og mange elever vil finde Mellemregningsaktiviteterne vanskelige til at starte med. Det synes næsten umuligt at gøre andet end det man plejer. Men I kan love eleverne, at de bliver bedre! Deres repertoire af muligheder kommer til at vokse og vokse.

KORT

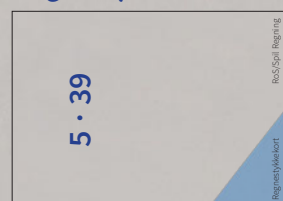
Der er to typer kort i disse aktiviteter:

Mellemregningkortene



og

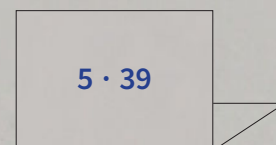
Regnestykkkort



På mellemregningkortene er der på den ene side af kortene et regnestykke uden resultat, og på den anden side regnestykket med resultatet.

Regnestykkkortene er kun trykt på én side, hvor der står et regnestykke. Kortet er bukket midtpå, så det kan stå op, så medspillerne ikke kan se regnestykket.

Der er mange flere regnestykkkort end mellemregningkort. Det er en af pointerne: Med relativt få mellemregninger kan man nå rigtig mange regnestykker.



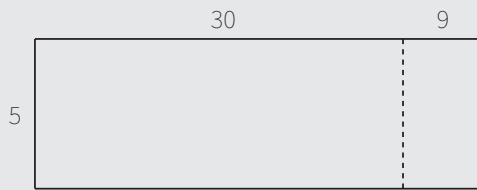
For at komme fra en given mellemregning til et facit skal eleverne regne.

Jeg kan bruge $5 \cdot 40 = 200$ til at udregne $5 \cdot 39$, jeg skal bare trække noget fra.
Jeg skal trække 1 fra, altså $5 \cdot 1 = 5$ fra. Det giver 195.

Læreren kan understøtte forklaringer ved at vende tilbage og bruge kendte regnemetoder som støtte.

$5 \cdot 39$ som **areal-opdeling**.

Man kan dels vise den traditionelle opdeling som $5 \cdot 30 + 5 \cdot 9$:

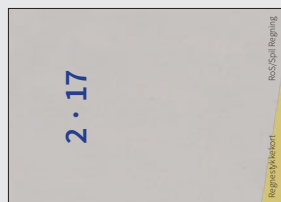
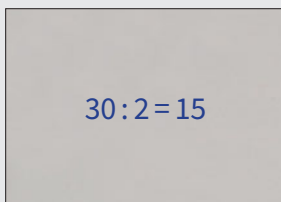


Og elevens brug af $5 \cdot 40$, hvor $5 \cdot 39$ udregnes som $5 \cdot 40 - 5 \cdot 1$:



Andre gange kan det kræve flere – og mere kreative – udregninger:

Eleven bruger mellemregningkortet $30 : 2$ til at udregne $2 \cdot 17$



$30 : 2 = 15$ er det samme som at $2 \cdot 15 = 30$. Det kan jeg bruge til at udregne $2 \cdot 17$, jeg skal bare lægge noget til. Jeg skal lægge $2 \cdot 2$ til, altså 4. Det giver så 34 i alt.

Kortene er sorteret i 10 sæt af 5 mellemregningkort og 20 regnestykker i hvert sæt. Regnestykkerne er udvalgt, så de passer til mellemregningerne. Sættene er markeret med hver deres farvede fane.

AKTIVITETERNE

Det er en god ide at bruge aktiviteterne i den rækkefølge de bliver præsenteret nedenfor. **Aktivitet 1** er en klasseaktivitet, hvor eleverne lærer kortene at kende, og hvor de kan lære mange forskellige måder at tænke regnekreativt. Dels hører eleverne, hvordan andre elever regner på kreative måder og dels har læreren mulighed for at vise nogle af de mange måder at tænke på. I **aktivitet 2** arbejder eleverne i grupper med at matche regnestykkerkort og mellemregningkort og gennemføre udregningerne. Aktiviteten er en gruppeudgave af aktivitet 1. I **aktivitet 3** er fokus på mellemregningkortene. Her skal eleverne finde nemme strategier til disse nemme regnestykker, og gerne ligefrem automatisere (nogle af) dem. I **aktiviteterne 4 og 5** skal eleverne selv finde på henholdsvis regnestykker til givne mellemregninger og mellemregninger til givne regnestykker. Eleverne må gerne blive bevidste om, at kortene i spillet kun er et lille udvalg af alverdens mange regnestykker. **Aktiviteterne 6 og 7** er de primære mellemregning-aktiviteter, og de aktiviteter, som eleverne skal bruge mest tid på. Alle elever bør arbejde med aktivitet 6, og de dygtigste kan også arbejde med aktivitet 7. Her er der stor mulighed for, at eleverne sætter deres regnekreativitet i spil og konkurrerer. I **aktivitet 6** handler det om at finde på flest måder at regne på, og i **aktivitet 7** handler det om at være hurtig – og kunne regne.

I alle aktiviteter er det generelt ok at eleverne bruger lommeregner, så også de ikke så sikre og ikke så hurtige regnere kan være med. De skal selvfølgelig stadig gøre rede for deres tænkning bag udregningerne.

1 MULIGE REGNESTYKKER

I denne aktivitet skal eleverne finde regnestykker, der kan løses ved brug af en given mellemregning.

Organisering

Lærerstyret aktivitet.

Materialer: Mellemregningkort og regnestykkkort. Man kan tage det antal sæt i brug, som man mener eleverne kan overskue. Fx 5 sæt til 20 elever, så eleverne i gennemsnit får 5 regnestykkkort.

Deltagere: Eleverne arbejder alene, i makkerpar eller i små grupper.

Regler

Alle regnestykkkortene fordeles blandt eleverne, eventuelt blandt makkerpar eller små grupper af elever. De elever, der kan overskue flest kort, kan få lidt flere end de elever, der ikke kan overskue så mange.

Læreren tager 5 mellemregningkort, og skriver dem op på tavlen.

Eleverne ser på deres regnestykker og byder ind med de regnestykker, som de synes, de kan løse med en af de givne mellemregninger. Man skal argumentere for sine valg, men et løst argument er nok. På dette tidspunkt kræves der ikke en udregning, der fører til et resultat.

Når alle foreslåede regnestykker er på tavlen, vælger eleverne hver et regnestykke, som de vil løse og finde det endelige resultat af.

Læreren har valgt 5 sæt af mellemregningkort og regnestykkkort.

Læreren vælger først disse 5 mellemregninger, og skriver dem på tavlen:

$$25 + 75 = 100 \quad 5 \cdot 20 = 100 \quad 35 + 35 = 70 \quad 400 : 25 = 16 \quad 15 + 15 = 30$$

Forskellige elever byder ind med bl.a. disse regnestykker:

- 102 - 25 Jeg kan bruge $25 + 75 = 100$. Det er jo det samme som $100 - 25 = 75$, og det er næsten det samme som $102 - 25$.
- 25 + 66 Jeg kan bruge $25 + 75 = 100$, det er tæt på.
- 5 · 27 Jeg kan bruge $5 \cdot 20 = 100$, så mangler jeg bare $5 \cdot 7$.
- 5 · 17 Jeg kan bruge $5 \cdot 20 = 100$, det er bare lidt mere end jeg skal bruge.
- 35 + 40 Det er tæt på $35 + 35 = 70$.
- 74 - 36 Jeg kan bruge $35 + 35 = 70$, da det er det samme som $70 - 35 = 35$. Det er tæt på $74 - 36$.
- 300 : 25 Jeg kan bruge $400 : 25 = 16$. Det er bare $100 : 25$ for meget.
- 14 · 25 Jeg kan bruge $400 : 25 = 16$. Det er det samme som $16 \cdot 25 = 400$, så jeg skal bare have $2 \cdot 25$ mindre.
- 14 + 17 Det er meget tæt på $15 + 15 = 30$
- 2 · 17 Det er tæt på $15 + 15 = 30$, som er det samme som $2 \cdot 15 = 30$.

Eleverne vælger hver et regnestykke, de vil regne færdigt, og forklarer til en anden elev:

- 102 - 25 = 77 Der skal lægges 2 mere til end i $100 - 25 = 75$, som var det samme som $25 + 75 = 100$.
- 5 · 27 = 135 Det er $5 \cdot 7 = 35$ mere end $5 \cdot 20 = 100$.
- 5 · 17 = 85 Det er $3 \cdot 5 = 15$ mindre end $5 \cdot 20 = 100$.
- 35 + 40 = 75 Det er 5 mindre end $35 + 35 = 70$.
- 74 - 36 = 38 Jeg kan bruge $35 + 35 = 70$, da det er det samme som $70 - 35 = 35$.
 $70 - 36$ er 1 mindre dvs 34. $74 - 36$ er så 4 mere end $70 - 36$, det er $34 + 4 = 38$.
- 300 : 25 = 12 $400 : 25 = 16$. Det er bare $100 : 25 = 4$ for meget, så resultatet er $16 - 4 = 12$.
- 14 · 25 = 350 $400 : 25 = 16$ er det samme som $16 \cdot 25 = 400$. Så skal jeg have $2 \cdot 25 = 50$ mindre, og resultatet er $400 - 50 = 350$.
- 14 + 17 = 31 Jeg flytter 1 fra 17, så er det $15 + 16$. Det er 1 mere end $15 + 15 = 30$, så resultatet er 31.
- 2 · 17 = 34 $15 + 15 = 30$ er det samme som $2 \cdot 15 = 30$. Jeg mangler $2 \cdot 2 = 4$, så resultatet er $30 + 4 = 34$.

OVERSLAG

Formålet med disse aktiviteter er at fremme en undervisning med fokus på overslagsregning. **Overslag** er fx når man kommer med et godt gæt.

Hvor langt er der mellem Århus og Ringkøbing? Ringkøbing er længere væk end Herning. Der er cirka 100 km til Herning, så der er nok 140 km til Ringkøbing.

Overslagsregning er, når man har en udregning og laver overslag på resultatet af denne udregning. Det gør man ofte når man handler.

De her bukser koster 548 kr og den her bluse koster 349 kr, det bliver cirka 550 plus 350, altså cirka 900 kr.

Hvornår er et overslag godt nok?

Man skal altid overveje, hvor **præcist** et overslag man ønsker. Det er vores oplevelse, at de fleste mennesker stiller alt for store krav til deres egne overslag. De ønsker at komme alt for tæt på det rigtige resultat, hvilket desværre ofte betyder, at de slet ikke laver et overslag.

Lærere bør være overbærende i forhold til elevernes overslag, acceptere selv meget afvigende overslag og opfordre eleverne til også at være meget store overfor sig selv.

Har man lavet et overslag på rumfanget af en frysepose på 25 liter, hvor det faktiske rumfang er 4 liter, er 25 liter alt for meget, men er dog i stand til at sortere et resultat på 1500 liter væk. Selv en meget grov overslagsberegning er bedre end slet ingen.

Ikke kun hovedregning

Overslagsregning er oftest **hovedregning**, da det er noget man foretager "i farten". Man laver tallene om til noget man hurtigt kan regne i hovedet. Men overslagsregning hører også til **ved skrivebordet**, når man sidder med skriftlige opgaver, lommeregner eller regneark. Her er formålet at vurdere de resultater man har fået i udregningerne med de mange decimaler og med hjælp af de elektroniske hjælpemidler. Igen laver man tallene om til nogle simple tal, som man bedre kan forholde sig til. Måske laver man også udregningerne om, så man bedre kan forholde sig til det. Om man så bruger hovedet eller elektroniske hjælpemidler til at foretage udregningen er ikke afgørende, pointen er at få et **andet resultat**, som man kan vurdere sin oprindelige udregning op mod.

Når man beregner overslag, skal de tal, der regnes på, være **nemme**, så de er nemmere at forholde sig til. Allerede når man skal vælge nemme tal, kan eventuelle fejl fanges. Det er selvfølgelig en god ide at vælge så nemme tal, at man kan lave overslagsberegningerne i hovedet, men manglende hovedregningsevner må ikke stå i vejen for overslagsberegningerne.

Hvad er nemme tal?

Encifrede tal er de nemmeste tal at regne med, da de fleste af os (mere eller mindre) har automatiseret regning med disse. Det betyder, at det er nemmest at lave overslagsregning med tal, der er afrundet til tal med kun et ciffer forskellig fra nul.

Det er nemmere at regne med 3000 end 3417,69.

At regne med disse tal er som at regne med etcifrede tal – vi skal bare have styr på det med **nullerne**.

Nogle gange kan man, af hensyn til præcisionen, vælge at regne med to cifre forskellig fra nul. Så er det normalt en god ide at bruge 5 som det andet ciffer. De fleste synes, at det er nemmere at regne med 3500 end med 3400. Generelt er tal med cifrene 1, 2 og 5 nemmest at regne med.

Afrunding

Når man går rundt i supermarkedet og laver overslagsregning på sine indkøb, ved man godt, at det giver alt for meget, hvis man runder alle priserne opad, og man justerer lidt ved at runde ned en gang imellem. Når man laver overslagsregning med plus, så er det altså en god ide at runde lidt op på det ene tal og runde lidt ned på det andet. På den måde bliver afstanden til det rigtige resultat mindre.

Det gælder også ved gange, det er bedre at runde op på det ene tal og ned på det andet end fx at runde op på begge. Men for minus og division er det lige omvendt! Der er det faktisk en god ide at gøre det samme på begge tal.

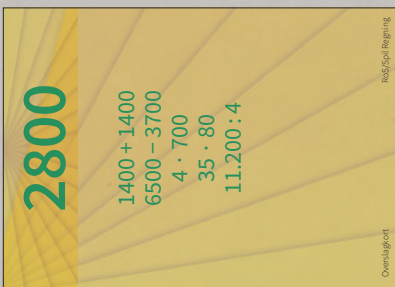
For regnestykket $457 - 248 (= 209)$ er overslagsregningen $500 - 300 (= 200)$, hvor begge tal er rundet op, meget bedre end $500 - 200 (= 300)$ hvor det ene tal er rundet op og det andet rundet ned.

I Overslag præsenteres eleverne for en lang række overslag, som er mere eller mindre gode overslag på regnestykker, som er givet på regnestykkekort. Eleverne skal vurdere, hvor gode de overslagskort de sidder med er i forhold til givne regnestykker.

KORT OG TALLINJE

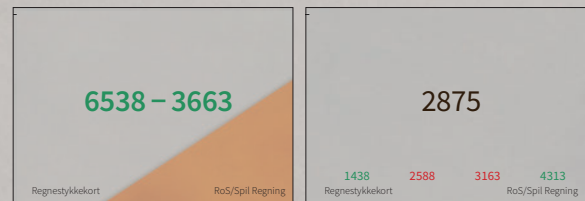
Der er to typer kort i disse aktiviteter:

Overslagkort



og

Regnestykkekort



Overslagkortene er store kort med et nemt tal (et tal med få cifre forskellige fra 0) og nogle nemme regnestykker der giver dette tal.

På regnestykkekort er der på forsiden et kompliceret regnestykke. På bagsiden står facit samt 4 mindre tal: Facit -50% af facit, facit -10% af facit, facit +10% af facit og facit +50% af facit.

Tallinjen er delt i forskellige områder:



Den grå markering er det aktuelle tal. Den røde markering er +/- 10% af tallet. Den grønne markering er +/- 50% af tallet. Og 0 markerer 0 på tallinjen.

AKTIVITETERNE

Det er en god ide at bruge aktiviteterne i den rækkefølge de bliver præsenteret nedenfor. **Aktivitet 1** er en klasseaktivitet, hvor eleverne lærer kortene at kende, og får en fornemmelse for hvad der er gode og mindre gode overslag. I **aktivitet 2** introduceres tallinjestrimplen, som bruges til at sammenligne, hvor tæt overslagene er på det præcise resultat. I **aktivitet 3** konkurreres om at finde overslag tættest på givne regnestykker.

1 MULIGE OVERSLAG

I denne aktivitet skal eleverne vælge overslag til givne regnestykker.

Organisering

Lærerstyret aktivitet.

Materialer: Flere sæt overslagkort og alle regnestykkekortene.

Deltagere: Eleverne arbejder alene, i makkerpar eller i små grupper.

Regler

Alle overslagkort fordeles blandt eleverne/makkerpar/små grupper.

Læreren tager 5 regnestykkekort, og skriver dem op på tavlen.

Hver gruppe ser på deres overslagkort og byder ind med de overslagkort, som de synes giver et overslag på et af de givne regnestykker. Eleverne skal fortælle hvilket overslagsregnestykke, de bruger i forhold til et givent regnestykke. Der må gerne bydes ind med overslagkort, hvor det regnestykke de bruger ikke er nævnt, men hvor de selv har fundet på et andet regnestykke med dette resultat.

Når alle foreslåede overslag er på tavlen, skriver læreren de korrekte facit på tavlen, og i fællesskab vurderes, hvilke overslag, der kommer tættest på de givne regnestykker.

Læreren skriver disse regnestykker op på tavlen:

$514 + 674$

$1218 + 607$

$4464 : 3$

$6635 - 5028$

$4 \cdot 726$

Læreren efterspørger forslag til overslagkort til hvert regnestykke.

Til regnestykket $514 + 674$ bydes ind med overslagkortet 1200 med det argument, at regnestykket $500 + 700$ er tæt på.

Til regnestykket $1218 + 607$ bydes ind med 1600 med det argument, at regnestykket $1000 + 600$ er tæt på. En anden gruppe byder ind med 1800 med det argument, at regnestykket $1200 + 600$ er tæt på. Klassen er enige om, at det må være tættere på end $1000 + 600$.

Til regnestykket $4464 : 3$ bydes ind med 1500, da regnestykket $4500 : 3$ er tæt på. En anden gruppe byder ind med 1400 med det argument, at regnestykket $4200 : 3$ er tæt på. Det afgøres ikke med det samme hvilket overslag der er bedst.

Til regnestykket $6635 - 5028$ bydes ind med 1600 da regnestykket $6600 - 5000$ er tæt på. En anden gruppe byder ind med 1500 med det argument, at regnestykket $6500 - 5000$ er tæt på, selvom de godt kan se, at det andet er bedre.

Til regnestykket $4 \cdot 726$ bydes ind med 2800 fordi regnestykket $4 \cdot 700$ er tæt på. En anden gruppe byder ind med 2900 med det argument, at regnestykket $4 \cdot 725$ er tæt på. Klassen er enige om, at det må være tættere på end $4 \cdot 700$.

TUSINDTAL

Formålet med Tusindtal er at fremme en undervisning, hvor regning med tal med nuller får et mundtligt fokus. Og så naturligvis at træne regning med nuller.

At kunne regne med tal med nuller, er et vigtigt element i **overslagsregning**.

Hvis man vil overveje, hvad det giver, når ca. titusinde medlemmer hver betaler hundrede kroner mere om året, er den eneste udfordring det med nullerne. Og hvis det i stedet er ca. femtusinde medlemmer, der hver skal betale 50 kr mere om året, er det stadig nullerne, som er den største udfordring i overslaget.

Overslagsregning er vigtigt for os alle, for eksempel for ikke at blive snydt af andre eller af ens egen købetrang. I et velfungerende demokrati er det centralt at have en befolkning, der naturligt foretager overslagsregning, når fx økonomiske prioriteringer fremlægges af en politiker, en virksomhedsleder eller en kasserer for andelsboligforeningen.

Tusindtalsspillet træner eleverne i at udføre **regning med tal med nuller**. Ved at gøre det **mundtligt** og med **fokus på talordene**, trænes der på en måde, hvor udregningerne **ikke udføres skriftlig og mekanisk** (fx ved at tælle nuller), men hvor talordenes rytme og tallenes størrelsesorden kommer i fokus. Den skriftlige og mekaniske tilgang er en backup strategi, relativ sikker og ret langsom.

Man kan som lærer opfordre eleverne til at tænke på følgende måder ved udregning af $20 \cdot 200.000$:
tyve gange to hundrede tusinde:
Tyve gange to er fyrre, dvs. fyrre hundrede tusinde.
Fyrre hundreder er fire tusinder, dvs. fire tusinde tusinde, det er fire millioner.

KORT

Der er en type kort i disse aktiviteter, men i to versioner, med tal og med talord:

Tusindtalkort med symbolregnestykker

og

Tusindtalkort med talordsregnestykker



Der er tre niveauer af kort:

- Én gul fane, er det letteste niveau. De største tal er etcifrede millioner, og de fleste tal er med kun første ciffer forskellige fra nul.
- To gule faner er mellemniveauet. De største tal er tocifrede millioner og nogle resultater har flere cifre forskellig fra nul.
- Tre gule faner er det sværeste niveau. De største tal er flercifrede milliarder og mange resultater har flere cifre forskellig fra nul.

HJÆLP TIL REGNING MED NULLER

Det kan være en hjælp til at regne mundtligt med nuller først at lære hvad tallene med nuller hedder, og derefter lære nogle sammenhænge mellem ordene og matematikken når man ganger dem sammen fx lære at "tusinde tusinder" er en million.

Talordene

På dansk er talordene for de tocifrede tal ret besynderlige. For det første siges de ikke i læseretningen, og for det andet bygger de delvis på et **tyvetalssystem**. Der er ikke andet at gøre ved disse tal end bare at lære dem.