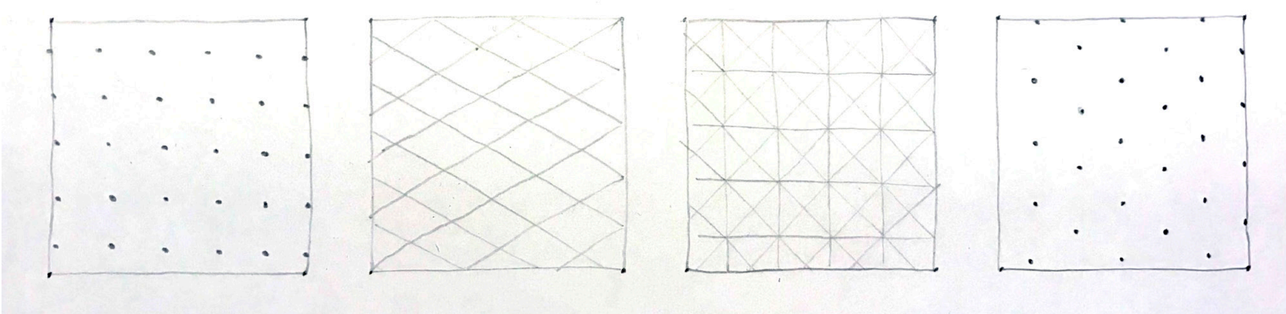
# Krusedulle-kugle

Materialer: Papir, saks, tynd tusch og limstift

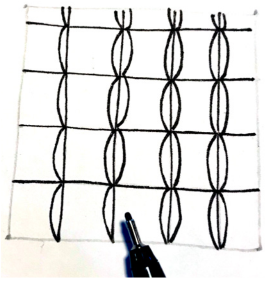
Ideen er at klippe og samle en julekugle, og udsmykke den med flotte mønstre. Mønstrene skal tegnes først, så vi starter med en introduktion til mønstre, inpireret af Zentangle®-metoden til at tegne mønstre.

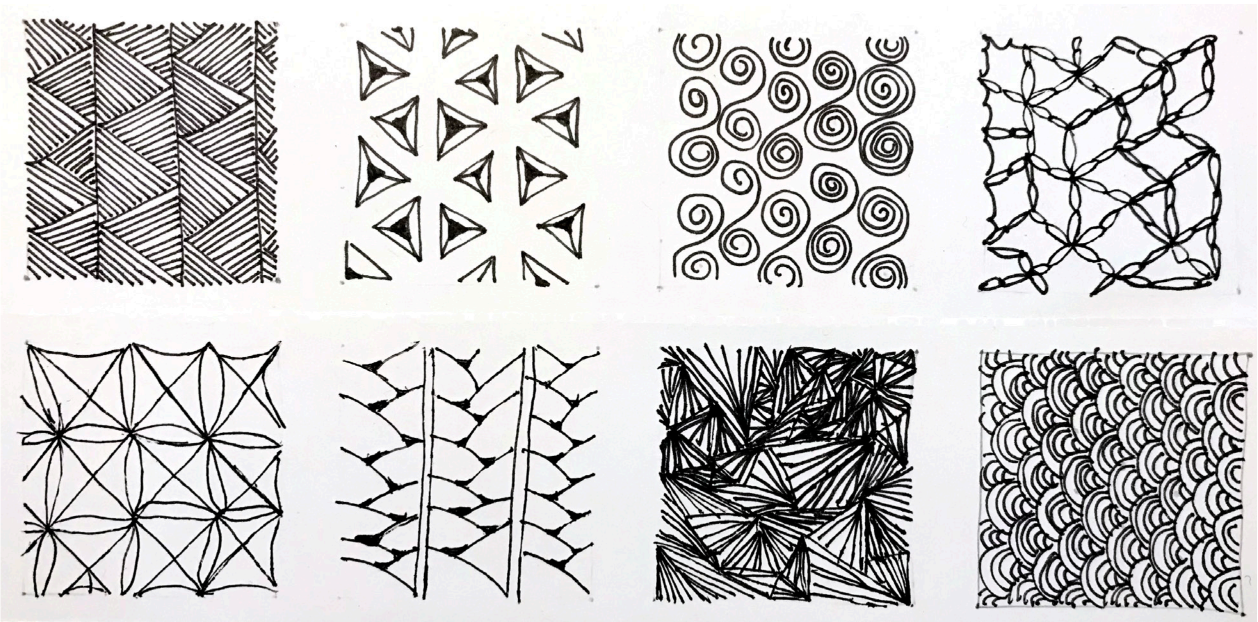
Vore mønstre består af prikker, cirkler, linjer og buer. Alt tegnes uden brug af lineal.

Start med at lave nogle rammer med gittermønstre med blyant, som man kan viske ud senere. Nogle gittermønstre til inspiration:



Med tusch tegner du nu et mønster i gitteret. Tegn den ene del færdig i alle felter før du fortsætter med den næste del.

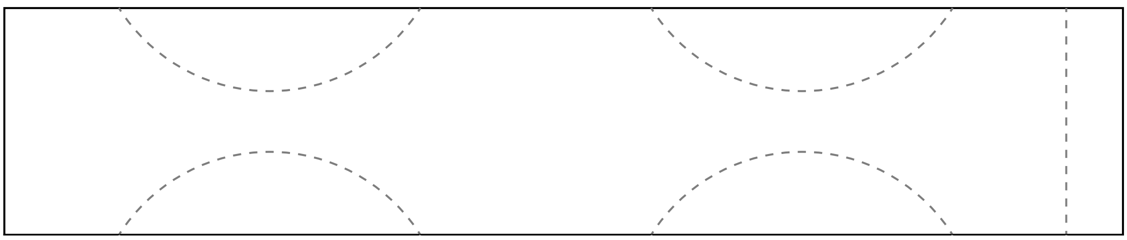




Man kan også bare tegne frit ud i luften, inspireret af disse gittermønstre. Man laver pr definition ikke fejl, en ikkeplanlagt streg eller prik er bare tegn på, at mønsteret tager en ny retning.

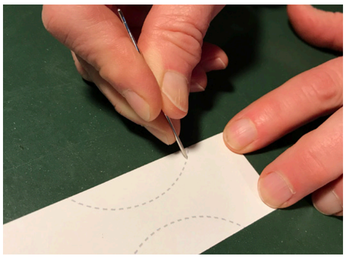
Nu ved du hvad du skal tegne, og du kan gå videre med at lave kuglen, som består af 3 bånd som disse.

Man kan tegne et mønster på hele båndet. Man kan også tegne et andet mønster i buerne.

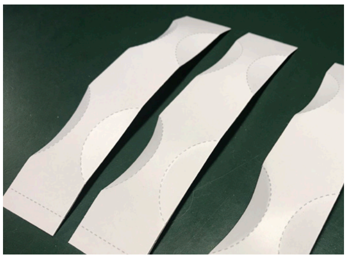


# Sæt kuglen sammen

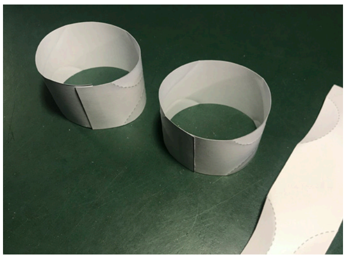
1 - Når man skal sætte sine tre bånd sammen skal man starte med at ridse hver bue med en nål, så de er nemmere at folde ind.



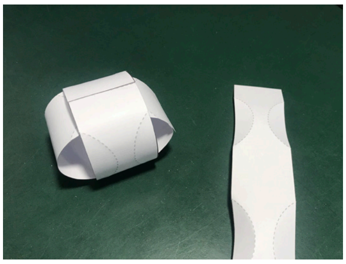
2 - Fold alle buer ind, så folderne er ”øvet” i at folde.



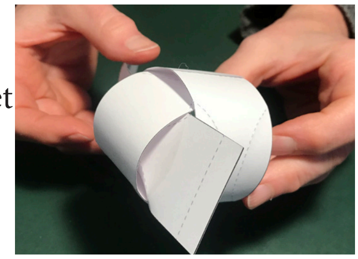
3 - Lim to af båndene sammen til to cylindere.



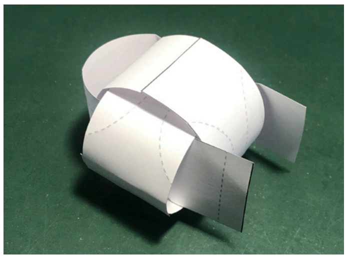
4 - Sæt de to cylindere ind i hinanden.



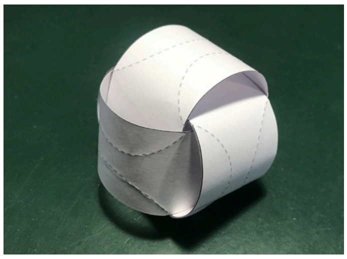
5 - Det sidste bånd skal holde de andre to bånd sammen. Put det i hullet over det yderste bånd, og under det inderste.



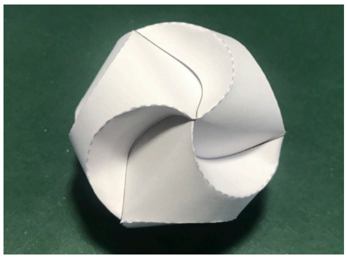
6 - Lim det tredje bånd sammen til en cylinder, der holder det hele på plads.



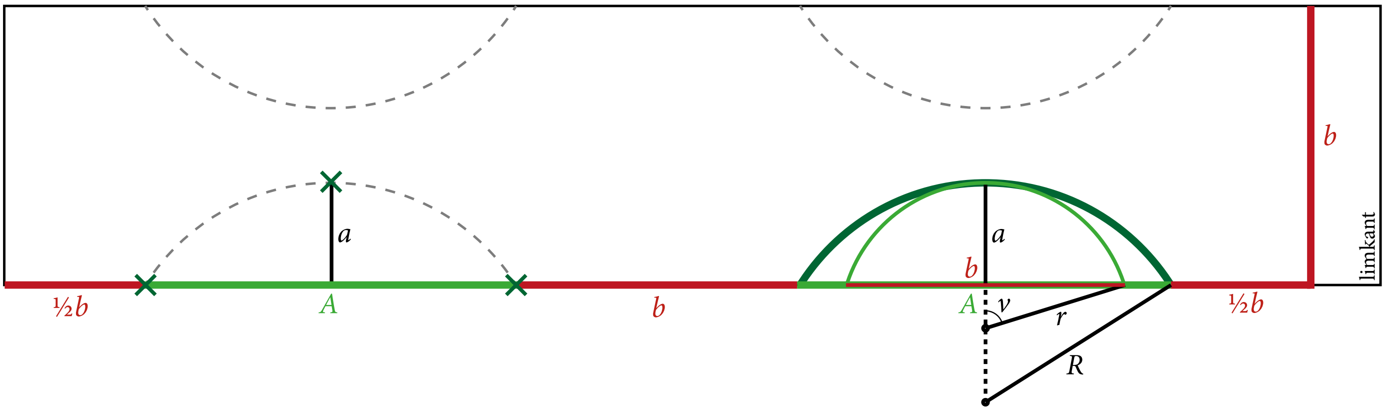
7 - Træk/skub de tre cylindere, så man kan se alle buer. Det er lidt svært.



8 - Fold alle de 3 · 4 buer ind.



# Matematisk konstruktion af kuglen




Konstruktionen bygger på, at den mørkegrønne cirkelbue foldes ind, når man folder figuren. Den mørkegrønne cirkelbue foldes, så korden i bunden (linjestykket ***A***), bliver til den lysegrønne bue, der har korden ***b***, i bunden. Vi regner med, at denne bue er en del af en cirkel.

Start med at beslutte hvor bredt båndet skal være. Denne bredde kaldes ***b***. Bestem dernæst højden af den **mørkegrønne** cirkelbue, dvs. afstanden fra kanten af båndet til toppen af den **mørkegrønne** bue. Denne afstand kaldes *a*. Man kan vælge at *a* skal være en brøkdel af ***b***, men man kan også vælge en bestemt længde.

Vi har brug for at beregne *buelængden* af den **lysegrønne cirkelbue**, da den giver længden ***A***, som vi kan bruge til danne den **mørkegrønne** cirkelbue.

Først skal man beregne radius af den **lysegrønne** cirkel. Den kan beregnes med denne formel:

$$r = \frac{a^2 + (\frac{1}{2}b)^2}{2a}$$

Omkredsen af hele den **lysegrønne** cirkel er $2 \cdot \pi \cdot r$. Men det er jo ikke hele cirklen vi har brug for, kun en del af den. Den del bestemmes af vinklen $v$, som kan udregnes som

$$\sin(v) = \frac{\frac{1}{2}b}{r}$$

dvs.

$$v = sin^{-1}(\frac{\frac{1}{2}b}{r})$$

$2v$ udgør $\frac{2v}{360°}$ af en hel cirkel. Det vil sige længden af den lysegrønne bue (***A***) kan beregnes med formlen

$$A = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{2v}{360°}$$

Nu har man hvad man skal bruge for at tegne hele det rektangel, der udgør ét af de tre bånd til kuglen. **Rektanglet** har bredden $b$, og længden $\frac{1}{2}b + A + b + A + \frac{1}{2}b = 2b + 2A$, og så skal man huske en lille limkant i den ene ende. Vi vælger at putte ½*b* i hver ende i stedet for en hel *b* i den ene ende for at få limkanten gemt når kuglen samles.

**Cirkelbuerne** konstrueres ved at afsætte højden *a* midt på linjestykket *A*, og konstruere den omskrevne cirkel ud fra en trekant med hjørnerne i de tre mørkegrønne krydser (som vi for overskuelighedens skyld har tegnet på cirkelbuen til venstre).
Man kan også beregne radius af den mørkegrønne cirkel, som vi kalder *R*, ved at bruge denne formel:

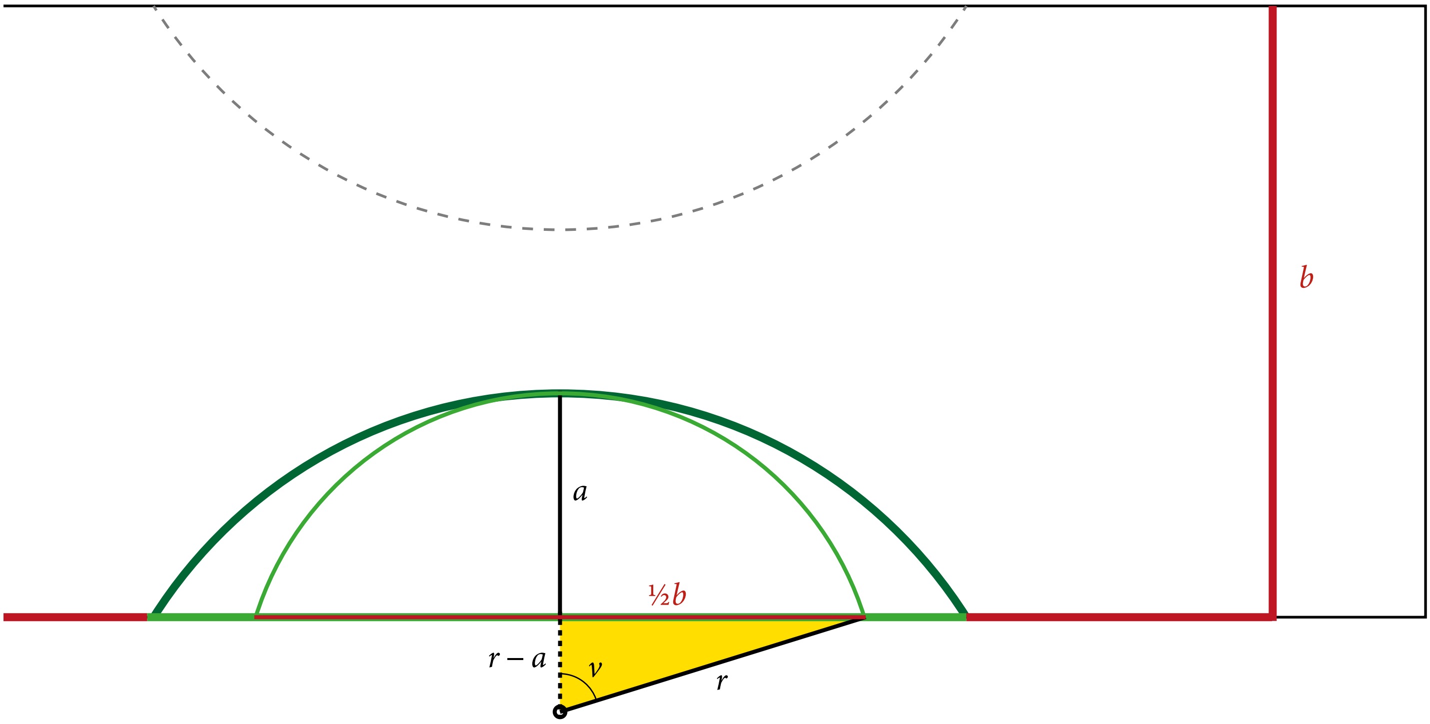
$$R = \frac{a^2 + (\frac{1}{2}A)^2}{2a}$$

# Mere matematisk konstruktion

Vi skrev på sidste side, at radius af den **lysegrønne** cirkel kan beregnes med denne formel:

$$r = \frac{a^2 + (\frac{1}{2}b)^2}{2a}$$

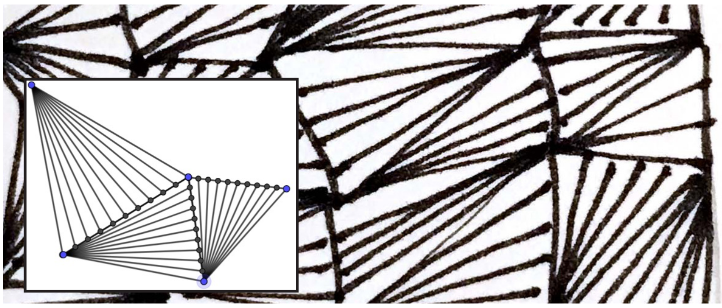
Man kan selv udlede denne formel.




Den gule retvinklede trekant har sidelængderne ½$b$, $r$–$a$ og $r$.
Pythagoras' sætning siger, at $(r-a)^2 + (\frac{1}{2}b)^2 = r^2$.
Vi ganger den første parentes ud og får $r^2 + a^2 - 2ra + (\frac{1}{2}b)^2 = r^2$.

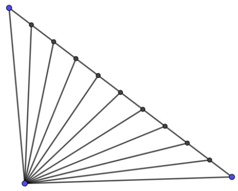
Vi isolerer $r$ og får $r = \dfrac{a^2 + (\frac{1}{2}b)^2}{2a}$

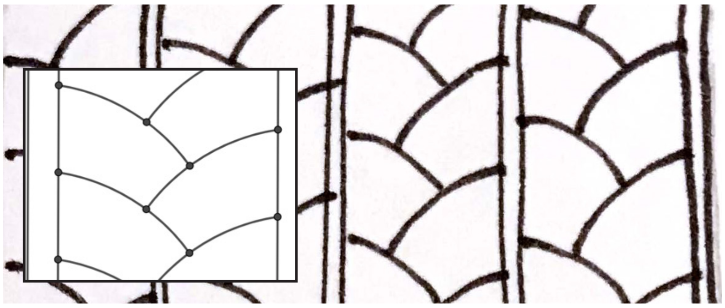
# Opgaver til mønstre



**Opg 1 - Den mest spidse vinkel**
I dette mønster tegnede jeg trekanter der hang sammen, og tegnede linjestykker i hver trekant. Jeg lod linjestykkerne samle sig i den spidsteste af vinkelspidserne. Det lille billede er en mere præcis version, tegnet i GeoGebra.

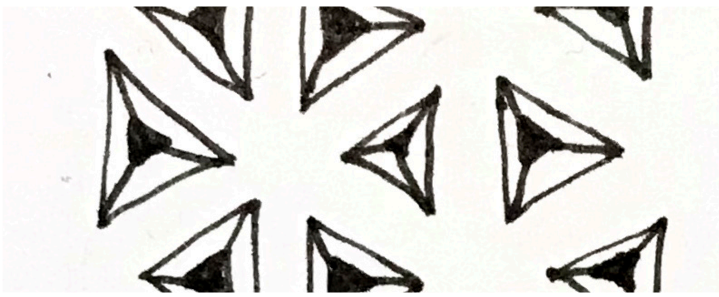
**a)** Prøv at tegne en trekant med linjestykker der samler sig i den spidseste vinkel, hvor det er helt tydeligt hvilken vinkelspids der er spidsest.
**b)** Prøv at tegne en anden trekant, hvor det er svært at afgøre, hvilken vinkel, der er mest spids.
**c)** Prøv at tegne et andet trekantmønster, hvor man lader linjestykkerne samle sig i den største vinkel. Som i tegningen til højre.





**Opg 2 - Fletningemønster**
Jeg har tegnet noget der ligner en fletning i dette mønster. Det lille billede er en mere præcist version, tegnet i GeoGebra.

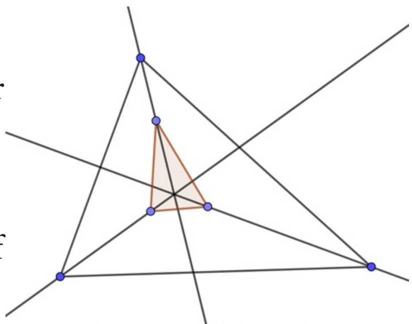
**a)** Hvor stor er vinklen cirka mellem de to buer, der hvor de rammer hinanden?
**b)** Prøv at lave fletningemønstre, hvor de to buer rammer hinanden i helt andre vinkler.



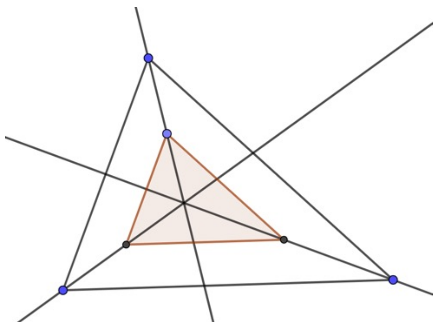
**Opg 3 - Skrumpet trekantmønster**
I dette trekantmønster tegner man først vinkelhalveringslinjerne fra hvert hjørne, til det sted hvor vinkelhalveringslinjerne krydser hinanden. Så tegner man og farvelægger en mindre udgave af den store trekant inde i midten, så dens hjørner ligger på vinkelhalveringslinjerne.

Hvordan placerer man hjørnerne af den inderste trekant, så den inderste trekant er ligedannet med den store?

**a)** Prøv at tegne forskellige trekanter med vinkelhalveringslinjer og en lille udgave af trekanten i midten. Prøv at lade den midterste trekant have forskellige størrelser.
**b)** Hvilken facon har de hvide firkanter udenom den midterste trekant?

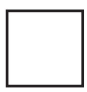


*Her er hjørnerne af den inderste trekant placeret, så den inderste trekant* ***ikke*** *er ligedannet med den store.*



*Her er hjørnerne af den inderste trekant placeret, så den inderste trekant er ligedannet med den store.*

**Opg 4 - Pennens tykkelse**
Hvor mange streger kan man egentlig tegne ved siden af hinanden på 1 cm? Det afhænger jo blandt andet af, hvor tyk en pen man bruger.
**a)** Prøv at lave en model for, hvor mange streger man kan sætte på 1 cm. Måske står der på din pen, hvor tyk den er - min pen var 0,8 mm.
**b)** Prøv efter i et kvadrat på 1 cm x 1 cm.



# Opgaver til konstruktionen

**Opg 1 - Størrelsen af *a***
I vores skabelon er $b = 4$ og $a = \frac{3}{8} \cdot b = 1{,}5$.

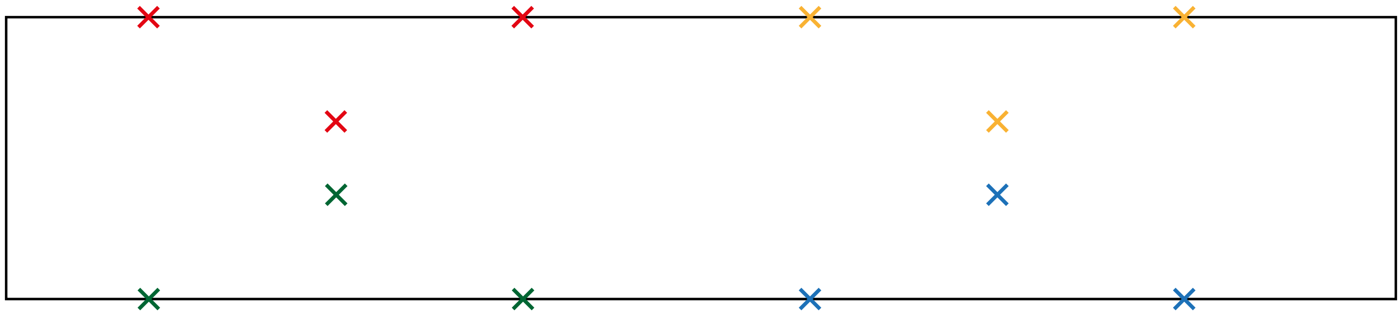
**a)** Prøv at lave en kugle med en anden værdi for *a*.

Tænk over om du synes *a* skal være større eller mindre, og hvad størrelsen af *a* har indflydelse på.

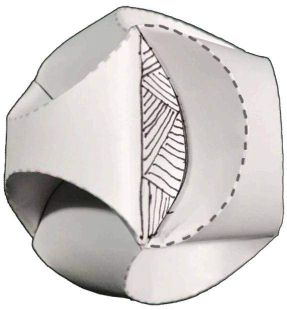
**b)** Hvad er det største *a* kan være?

**Opg 2 - Konstruer cirkelbuen med passer og lineal**
Vi skriver at buen kan konstrueres som den omskrevne cirkel af en trekant. Hvordan konstruerer man en omskreven cirkel til en trekant? Man må kun bruge passer og en lineal, som man ikke måler med.

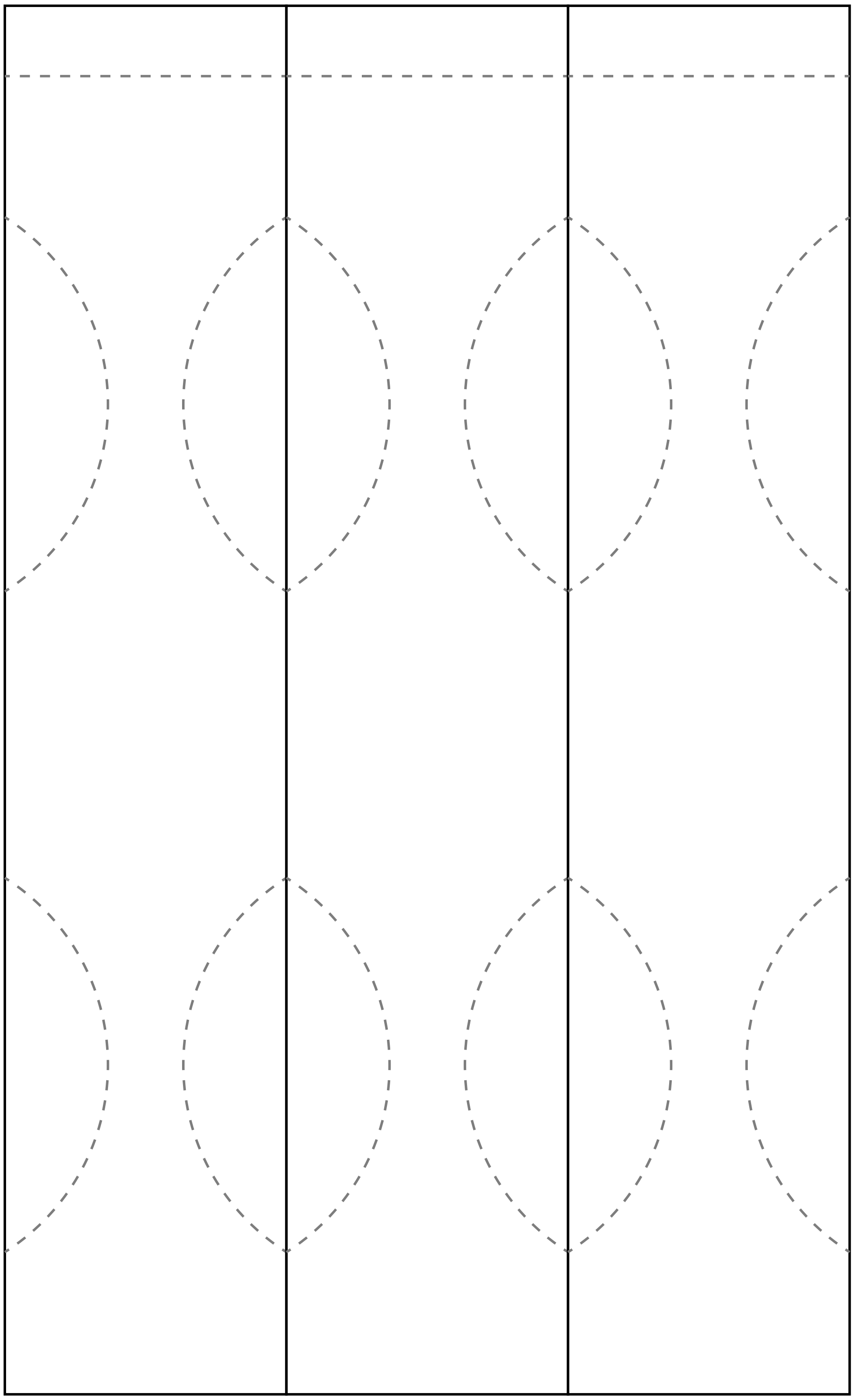
Prøv at konstruere de 4 cirkelbuer ud fra de markerede punkter.



**Opg 3 - Anden cirkelbue**
Konstruer det område på skabelonen, der er skraveret.



# Skabelon til print



# Bilag til konstruktionsopgave 2a