Åben og undersøgende julematematik

Jul er jo en herlig tid, og jeg har givet mig selv den opgave at finde på en juleopgave, inden for hver af de seks typer af åbne og undersøgende aktiviteter, som jeg beskriver i min bog "Åben og undersøgende matematik". Rigtig god fornøjelse!

Pernille Pind

Svaret er givet

Svaret er 24 - hvad var spørgsmålet?

Klassetrin: 0.-10.

Varighed: ½ lektion

Matematisk pointe: Eleverne erfarer hvilke tal, der passer godt sammen, når man fx adderer eller multiplicerer. Eleverne får fornemmelse for tal og regningsarter, hvilket er noget andet end beherskelse af tal og regningsarter. Laver eleverne regnehistorier eller stiller spørgsmål uden regning hvor svaret er 24, vil de ydermere arbejde for at lave historier hvor 24 er i en realistisk kontekst (som her godt kan være julemandens værksted ☺).

Eleverne skal lave tre forskellige typer af svar på opgaven: Almindelige, vanskelige og smarte. **Almindelige**

svar:

12+12

20+4

Pernille får pakker de lige datoer i december op til d. 24. december, og Erik får pakker de ulige datoer op til den 24. december. Hvor mange pakker får de tilsammen?

Hvor mange låger er der på en pakkekalender?

Vanskelige svar:

100-24-24-24-4

2^4+2^3

Mads får ikke pakker hver dag, til gengæld får han 6 pakker hver af de 4 søndage i advent. Hvor mange pakker får Mads?

Smarte svar:

1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1+1

1*24

Mads får en pakkekalender i december, hvor mange pakker får han?

Manglende oplysninger

Klassetrin: 3.-6.

Varighed: ½ lektion

Matematisk pointe: At kombinere addition og multiplikation i et regnestykke. At læse et andet symbol for multiplikation.

Der er mange julematematikopgaver, men denne var alligevel den kedeligst jeg fandt:

Christmas Math Worksheet

Mixed Operations Christmas worksheet.

3 x 2 + 22 =	9 x 3 + 47 =	
4 x 5 + 33 =	8 x 1 + 31 =	
6 x 3 + 52 =	7 x 5 + 20 =	
4 x 3 + 23 =	2 x 6 + 45 =	4 x 9 + 12 =
2 x 6 + 24 =	7 x 6 + 51 =	6 x 7 + 17 =
3 x 3 + 35 =	3 x 9 + 50 =	4 x 7 + 55 =

Hvis vi tager den første opgave 3x2+22=___ så kan vi åbne den noget ved at fjerne 3-tallet og de 2 10'ere fra 22:

_x2+_2=___

Eleverne skal lave tre forskellige typer af svar på opgaven: Almindelige, vanskelige og smarte.

Almindelige svar

3x2+22=28

2x2+22=26

Vanskelige svar

4,5x2+92=101

$\sqrt{2} \cdot 2 + 22 \approx 24{,}82843$

Smarte svar

0x2+02=2

(-1)x2+02=0

Regnehistorier

Skriv en regnehistorier hvori ordene ”jul” (eller juleaften eller noget med jul) og ”tilsammen” indgår.

Klassetrin: 1.-6.

Varighed: ½ lektion

Matematisk pointe: Ordet ”tilsammen” vil få de fleste elever til at koble ordet til regneoperationerne addition eller multiplikation.

Almindeligt svar

Juleaften får Mads 5 gaver og Mette får 7 gaver. Hvor mange gaver får de tilsammen?

Vanskeligt svar

Mads’ mor køber julegaver for 3500 kr og Mads’ far køber julegaver for 1200 kr. Hvor mange penge har de brugt på julegaver tilsammen?

Smarte svar

Mads finder en halv mandel i risalamanden og Mette finder en halv mandel i risalamanden. Hvor mange mandler har de fundet tilsammen?

En variation til de ældre klassetrin er: ”Skriv en regnehistorier hvori ordene ”jul” (eller juleaften eller noget med jul) og ”pr person” indgår.”

Undersøgelser

Musetrapper

Klassetrin: 7.-10.

Varighed: 1 lektion

Materialer: Stjernestrimler og derefter papirstrimler i forskellige længder (fx fra 10 cm til 1 m) og bredder (fx 1 cm til 5 cm). Regneark

Matematisk pointe: Når man skal undersøge sammenhænge mellem flere variable, skal man gøre det med variablene to og to.

Startskud

Hvor lang bliver en flettet musetrappe, når du starter med to stjernestrimler?

Udvidelser

Nogle udvidende spørgsmål:

- Bliver musetrappen længere hvis man har smallere strimler?
- Bliver musetrappen dobbelt så lang, hvis man har starter med papirstrimler, der er dobbelt så lange?
- Hvor mange trin bliver der, og bliver der flere trin hvis strimlen er smallere?

Det er en god ide at opfordre eleverne til at være systematiske i deres undersøgelser og indsætte deres resultater i et regneark. Det kunne for eksempel se således ud:

Samme bredde	1	1	1	1		
Forskellige længder af original strimmel. l_o	30	20	15	58		
Længde af udstrukken musetrappe. l_m	18	12	10	37		
Antal trin i musetrappe. t	14	9	7	28		

Samme længde af original strimmel	30	30	30	30		
Forskellige bredder. b	0,5	1	2	3		
Længde af udstrukken musetrappe. l_m	18,5	18	18	18		
Antal trin i musetrappe. T	27	14	7	5		

Konklusioner

Man kan nemt være mere præcis i sine foldninger og målinger end mig, og man kan med fordel lave flere musetrapper, så man får flere data.

Med mine data i ovenstående skemaer, og tendensværktøjet i Excel finder jeg følgende sammenhænge:

Sammenhængen mellem længde af original l_o og længde af musetrappe l_m, når strimlerne har samme bredde på 1 cm:

$l_m=0,6*l_o-0,4$

Sammenhængen mellem længde af original l_o og antal trin t i musetrappe, når strimlerne har samme bredde på 1 cm:

$t=0{,}5*l_o-0{,}7$

Ved at se på tallene og regne lidt, får jeg følgende sammenhæng mellem bredde b og længde af musetrappe l_m:

$l_m=1{,}7*b$

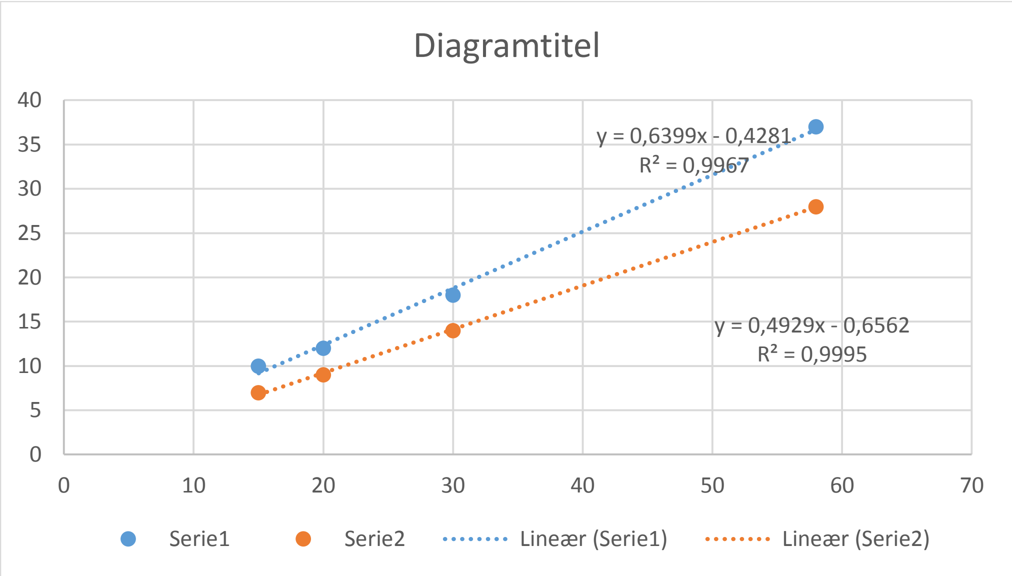
Ved at se på tallene og regne lidt, får jeg følgende sammenhæng mellem bredde b og antal trin t i musetrappen, når længden af originalstrimlerne er 30 cm lange:

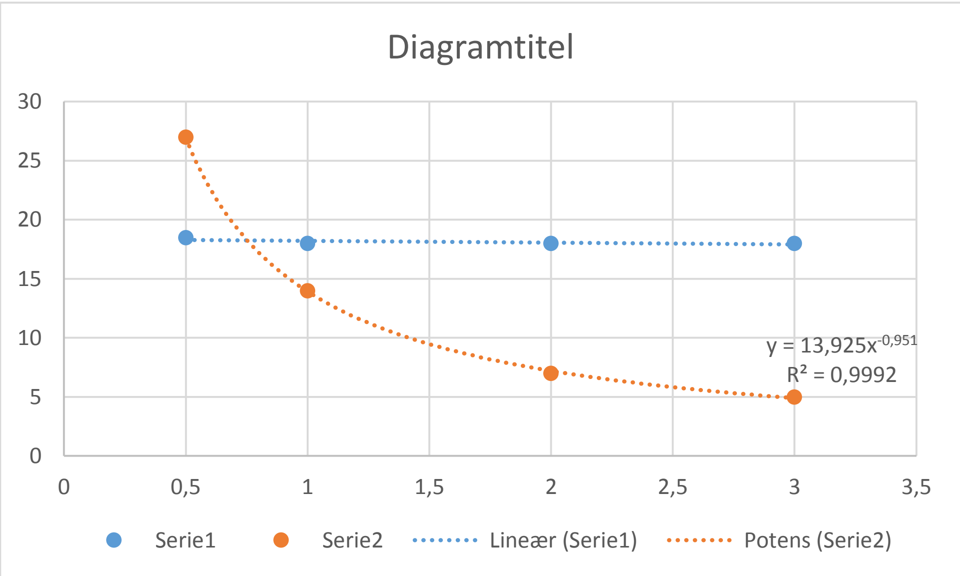
b*t=14

Det sidste resultat tjekker jeg også med tendensværktøjet og en potentiel sammenhæng og får ligningen:

$y=13{,}925*x^{-0{,}951}$

Med afrundede tal giver det: $t=14*b^{-1}$ eller sagt på en anden måde: $t=14*\frac{1}{b}$, altså b*t=14





Modellering

Rumfang af snapseglas

Klassetrin: 7.-10.

Varighed: 1 lektion

Materialer: Snapseglas i forskellige udformninger.

For eksempel:

Det midterste er et æggebæger, men kan bruges i en snæver vending ☺

Målebæger der kan måle 2 cl. Plastiksprøjter fra et apotek kan også bruges.

Matematisk pointe: Forskellige geometriske former har meget forskellige rumfang..

Det virkelige problem

Snapseglas kan se meget forskellige ud, men de fleste vil gerne have en ide om hvor meget én genstand fylder i netop deres glas. Så opgaven er hvortil er netop 2 cl i forskellige snapseglas?

Matematiseringen

Ingen snapseglas er præcise kendte geometriske former, så man må tilnærme glassenes former med en eller flere kendte former for eksempel kuglekalot, kegler, cylindere eller kasser.

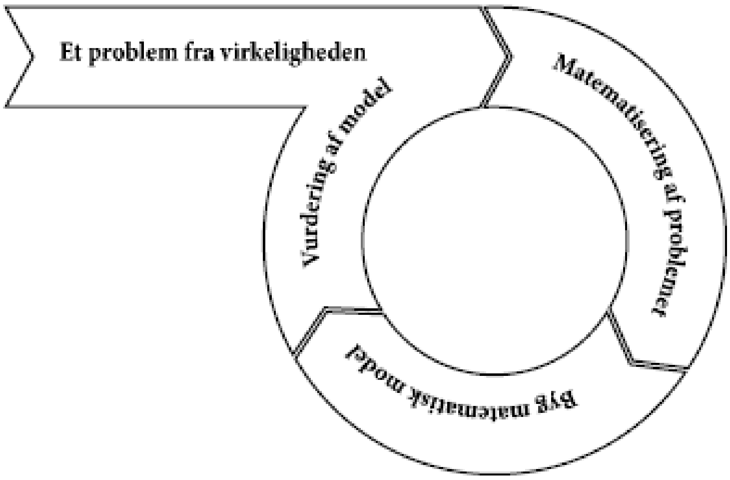
Rumfang af kuglekalot: $V = \frac{\pi}{6} * h * (3r^2 + h^2)$

Rumfang af kegle: $V = \frac{\pi}{3} * r^2 * h$

Rumfang af cylinder: $V=\pi*r^2*h$

Rumfang af kasse: $V=l*b*h$

Husk, det er en rigtig god ide at starte med en meget simpel model, så kan man altid tage en tur mere i modelcyklen!



Mødet med virkeligheden

Eleverne må fylde vand i de forskellige snapseglas og vurdere hvor godt de har ramt de 2 cl. Forhåbentlig giver det mening at forbedre modellen efter mødet med virkeligheden.

Nye begreber

Adventstal

Klassetrin: 1.-10.

Varighed: ½ lektion

Matematisk pointe: At definere sammenhænge mellem bestemte tal, hvilke tal synes man skal høre hjemme under dette navn.

Definitioner og eksempler

Mulige definitioner kunne være:

Definition 1

Adventstal er datoerne fra og med 1. søndag i advent til og med juleaftten.

Eksempler på definition 1:

I år 2015 er det tallene: 29, 30, 1, 2, 3…., 24. I 2015 er der 26 adventstal.

I år 2014 var det tallene: 30, 1, 2, 3….., 24. I 2014 var der 25 adventstal.

I år 2016 er det tallene: 27, 28, 29, 30, 1, 2, 3, …., 24. i 2016 bliver der 28 adventstal.

Definition 2

Adventstal er de datoer, som de fire søndage i advent falder på.

I år 2015 er det tallene: 29, 6, 13, 20.

I år 2014 var det tallene: 30, 7, 14, 21.

I år 2016 bliver det tallene: 27, 4, 11, 18.

Uddybende tekster

Uddybende tekster skal sætte det nye begreb ind i en kontekst. Konteksten må gerne være ren fiktion, men kan også være reel. Et eksempel på uddybende tekst til definition 1:

Advent betyder "komme" og er tiden op til jul. Det har fra gamle dage været vigtigt at vide hvor mange dage der var at lave juleforberedelserne i, derfor brugte man begrebet "Adventstal". "Hvor mange adventstal er der i år?" kunne man spørge hinanden om.

En uddybende tekst til definition 2 kunne være:

Adventstallene er fra gamle dage tillagt særlige heldige egenskaber. Det betyder at man gerne vil bruge årets adventstal i alle sine gøremål i december måned. For eksempel er det i 2015 tallene 29, 6, 13 og 20 der er særlige og som man prøver at bruge ofte. Det kan være 13 appelsiner i skålen. 6 lys i vinduet, 29 stjerner på en guirlande og en 20 kr. lykkemønt i pungen.

Regler

Regler er konsekvenser af definitionen. Et mere matematisk begreb er "matematiske sætninger" i stedet for ordet "regler".

Definition 1 giver fx følgende regel (der kan være mange andre):

Der kan højst være 28 adventstal og det mindste antal adventstal er 22.

Bevis:

Der kommer flest adventstal når d. 24. december falder på en lørdag. Når d. 24. december er en lørdag er søndagen før d. 24-6=18, dvs. de tre søndag i advent har datoerne: 18, 18-7=11, 11-7=4. Den sidste, (egentlig første) søndag ligger i november, som har 30 dage, så den sidste dato vi mangler er 4+30-7=27. Adventstallene er da: 27, 28, 29, 30, 1, 2, 3…24 i alt 28 tal.

Det mindste antal adventstal kommer, når d. 24. december falder på en søndag. De fire søndage i advent har da datoerne: 24, 24-7=17, 17-7=10, 10-7=3. Adventstallene er da 3, 4, 5, …24 i alt 22 tal.

Definition 2 giver følgende regel (der kan være mange andre):

Der er netop 7 forskellige sæt af adventstal.

Bevis:

Første sæt kan man få når fjerde søndag i advent falder på d. 24. december. Næste sæt, er når den fjerde søndag i advent falder på 24-1=23. december. Man kan højst trække 6 fra, 24-6=18 er sidste mulighed for fjerde søndag i advent. Søndag d. 17. december kan ikke være fjerde søndag i advent, men kun tredje søndag i advent, da 17+7=24., som da er fjerde søndag i advent. Dette giver i alt 7 sæt, hvor den sidste søndag i advent kan være: 18, 19, 20, 21, 22, 23 eller 24.

Opgaver

Opgave til definition 1:
Find adventstallene for et år, hvor der er 26 adventstal.

Kan du finde ud af et årstal hvor det virkelig er disse tal der er adventstal?

Opgave til definition 2:
Find et sæt adventstal, hvor tallet 7 er i.

Er der flere sæt adventstal, hvor tallet 7 optræder i?