

Papirfoldning

en matematisk undersøgelse til brug i din undervisning.

Når man folder og klipper figurer kan man blive irriteret over at skulle vende og dreje saksen. Hvor få klip kan man mon nøjes med? Jeg har eksperimenteret med enkle figurer: trekanter og kvadrater, og gået videre til andre figurer. Når jeg var heldig eller god, kunne jeg folde papiret, så jeg kunne nøjes med ét klip. Var jeg heldig eller god?

Jeg har taget internettet til hjælp og fundet en fantastiske matematiske sætning, der siger, at alle kantede figurer kan foldes, så de kan klippes med ét lige klip. Det gælder, uanset om de er sammenhængende eller ej, konkave eller konvekse (dvs. både dem, der har dele, der vender indad, og dem, hvor alle hjørner vender udad). Et af beviserne for sætningen giver også en anvisning på en folde- og klippemetode. Det er ikke så nemt, men vejen dertil er fyldt med god matematik.

De følgende aktiviteter er en matematisk undersøgelse om at klippe kantede figurer med få klip målrettet hhv. indskoling, mellemtrin og udskoling. Side 8 - 13 er kopiark, som kan bruges til at klippe efter. På side 3 kan du finde oversigt over GeoGebrafiler med foldelinjer og andre vejledninger, som kan hentes fra vores hjemmeside: pindogbjerre.dk.

Rigtig god fornøjelse!



Pernille Pind



Forlaget Pind og Bjerre
Grenåvej 664C
8541 Skødstrup
bjerre@pindogbjerre.dk
Tlf.: 21 41 56 97

Forenklede Fælles Mål

Problembehandling:	Eleven kan løse enkle matematiske problemer.
Ræsonnement og tankegang:	Eleven kan give og følge uformelle matematiske forklaringer.
Placeringer og flytninger:	Eleven kan beskrive og fremstille figurer og mønstre med spejlingssymmetri.

Læringsmål til eleverne

Du skal kunne folde et stykke papir og klippe en figur, så når papiret foldes ud er det klippede hul et kvadrat.

Du skal kunne forklare, hvordan du vil folde og klippe, inden du gør det.

Du skal kunne bruge ordet spejlingsakse, når du fortæller om dine foldninger og klipninger.

Fold og klip et kvadrat (skabelon side 8)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe det grå kvadrat ud.

Man kan opfordre eleverne til at holde papiret op mod lyset, så de bedre kan se symmetrien.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Eleverne kan bruge diagonalerne. Diagonaler kan forklares som de linjer, der går på tværs af kvadratet, altså mellem hjørner, der er overfor hinanden.

Fold og klip to kvadrater (skabelon side 9)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe de to grå kvadrater ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Prøv først at folde, så de to kvadrater ligger ovenpå hinanden.

Fold og klip en ligesidet trekant (skabelon side 10)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe den grå trekant ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Filer til download og forslag til yderligere læsning

På pindogbjerre.dk/download ligger en række filer til gratis download.

GeoGebra-filer med eksempler på foldelinjer i:

- Kvadrat
- Ligesidet trekant
- Vilkårlig trekant
- Ikke-retvinklet konveks firkant

GeoGebra-filer til egne eksperimenter:

- Den skrumpende firkant
- Firkant

To PowerPoint-filer:

- Konstruktion af den skrumpende firkant
- Konstruktion af de sidste foldelinjer

Forslag til yderligere læsning om fold-and-cut theorem:

<http://erikdemaine.org/foldcut/>

https://en.wikipedia.org/wiki/Fold-and-cut_theorem

<http://wild.maths.org/history-fold-and-cut-problem>



Forenklede Fælles Mål

Problembehandling:	Eleven kan anvende forskellige strategier til matematisk problemløsning.
Ræsonnement og tankegang:	Eleven kan anvende ræsonnementer til at udvikle og efterprøve hypoteser.
Placeringer og flytninger:	Eleven kan undersøge geometriske egenskaber ved plane figurer. Eleven har viden om vinkelmål, linjers indbyrdes beliggenhed og metoder til undersøgelse af figurer, herunder med dynamisk geometriprogram.

Læringsmål til eleverne

Du skal kunne folde et stykke papir og klippe en figur, så når papiret foldes ud, er det klippede hul en trekant.

Du skal kunne forklare, hvordan du vil folde og klippe, inden du gør det.

Du skal kunne bruge begreberne spejlingsakse, vinkelhalveringslinje og vinkelret linje, når du fortæller om dine foldninger og klipninger.

Du skal kunne tegne en trekant med foldelinjer i GeoGebra.

Fold og klip et kvadrat (skabelon side 8)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe det grå kvadrat ud. Man kan opfordre eleverne til at holde papiret op mod lyset, så de bedre kan se symmetrien.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Eleverne skal bruge diagonalerne. Diagonaler kan forklares som de linjer, der går på tværs af kvadratet, altså mellem hjørner, der er overfor hinanden.

Fold og klip to kvadrater (skabelon side 9)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe de to grå kvadrater ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Prøv først at folde, så de to kvadrater ligger ovenpå hinanden.

Fold og klip en ligesidet trekant (skabelon side 10)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe den grå trekant ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Spejlingsakserne er vinkelhalveringslinjerne eller højderne, som i en ligesidet trekant er det samme. De tre vinkelhalveringslinjer skærer hinanden i ét punkt.

En trekant har ingen diagonaler.

Teori

Hvis man skal folde et stykke papir, så figuren kan klippes ud med ét klip, skal alle de linjer, der skal klippes, bringes til at ligge ovenpå hinanden. En foldelinje er en spejlingsakse.

Der findes to redskaber til at spejle linjer over i hinanden:

- Vinkelhalveringslinjen, der spejler en linje over i en anden linje
- Vinkelrette linjer, der spejler en linje over i sig selv

Fold og klip en vilkårlig trekant (skabelon side 11)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe den grå trekant ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Hint

Foldelinjerne skal være vinkelhalveringslinjerne og de vinkelrette linjer fra vinkelhalveringslinjernes skæringspunkt til trekantens sider. De tre vinkelhalveringslinjer skærer hinanden i ét punkt. Ikke alle disse foldelinjer skal bruges.

Tegn foldelinjerne for en trekant i GeoGebra

Tegn en trekant i GeoGebra. Brug redskaberne vinkelhalveringslinje og vinkelret linje til at konstruere alle de mulige foldelinjer for trekanten.

Print figuren og prøv efter, om foldelinjerne virker.

Forenklede Fælles Mål

Ræsonnement og tankegang: Eleven kan udvikle og vurdere matematiske ræsonnementer, herunder med inddragelse af digitale værktøjer.

Placeringer og flytninger: Eleven kan undersøge egenskaber ved linjer knyttet til polygoner og cirkler, herunder med digitale værktøjer.
Eleven har viden om linjer knyttet til polygoner og cirkler.

Læringsmål til eleverne

Du skal kunne folde et stykke papir og klippe en figur, så når papiret foldes ud, er det klippede hul en firkant.

Du skal kunne forklare, hvordan du vil folde og klippe, inden du gør det.

Du skal kunne bruge begreberne spejlingsakse, vinkelhalveringslinje og vinkelret linje, når du fortæller om dine foldninger og klipninger.

Du skal kunne tegne en firkant med foldelinjer i GeoGebra.

Start med de 5 aktiviteter fra mellemtrinnet.

Fold og klip en ikke-retvinklet, konveks firkant (skabelon side 12)

Lad eleverne eksperimentere med at folde papiret og klippe, og se, om de kan klippe den grå firkant ud.

Spørg ind til, hvor mange klip de skal bruge, og hvordan de folder.

Udfordringer

Kan man folde, så man kan nøjes med to klip?

Kan man folde, så man kan nøjes med ét klip?

Konstruer foldelinjer i en ikke-retvinklet, konveks firkant

Som i en vilkårlig trekant skal man bruge vinkelhalveringslinjerne og de vinkelrette linjer fra vinkelhalveringslinjernes skæringspunkter til firkantens sider. Der er bare det nye problem, at i denne firkant krydser de fire vinkelhalveringslinjer ikke hinanden i ét punkt, som de gør i en vilkårlig trekant.

Eleverne skal derfor følge denne metode:

1. Tegn de fire vinkelhalveringslinjer, der går ind i firkanten.
2. Forestil dig, at din firkant skrumper ind langs med vinkelhalveringslinjerne.
3. På et tidspunkt, når din firkant er skrumpet et stykke ind, så rammer to af dens

Afsluttende trin

hjørner hinanden i et punkt. Dette punkt kalder vi et indre punkt.

4. Når firkanten er skrumpet ind som ovenfor, er det ikke længere en firkant, men en trekant. I den trekant skal man finde skæringspunktet mellem trekantens vinkelhalveringslinjer. Dette punkt kalder vi også et indre punkt.
5. Tegn et linjestykke mellem de to indre punkter. Dette linjestykke er en foldelinje.
6. Tegn vinkelrette linjer fra de to indre punkter til de tre af firkantens sider, der er tættest på. Disse linjestykker er også foldelinjer.
7. Vinkelhalveringslinjerne er også foldelinjer.
8. Ikke alle de vinkelrette linjestykker skal bruges.

På pindogbjerre.dk/download kan hentes filer, som gennemgår ovenstående konstruktion: "Konstruktion af den skrumpende firkant" og "Konstruktion af de sidste foldelinjer". Med GeoGebra-filen "Den skrumpende firkant" kan man selv skrumpere firkanten.

Tegn foldelinjerne for en firkant i GeoGebra

Åben GeoGebrafilen "Firkant" fra pindogbjerre.dk/download. Konstruer de manglende foldelinjer for firkanten.

Print figuren og prøv efter, om foldelinjerne virker.

Udfordring

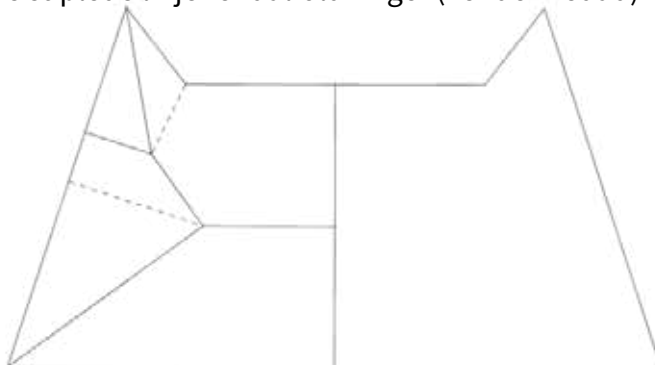
Prøv med et rektangel.

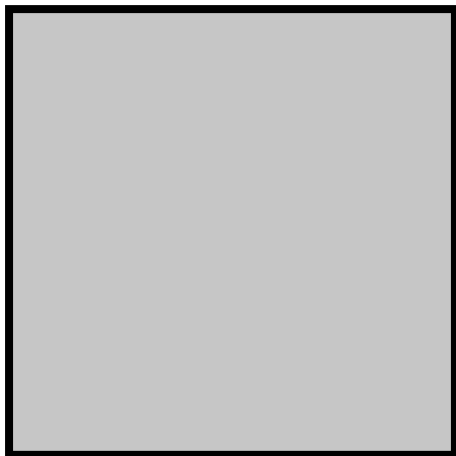
Prøv med en konkav firkant.

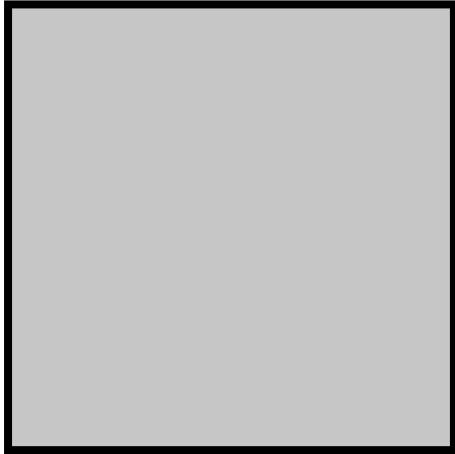
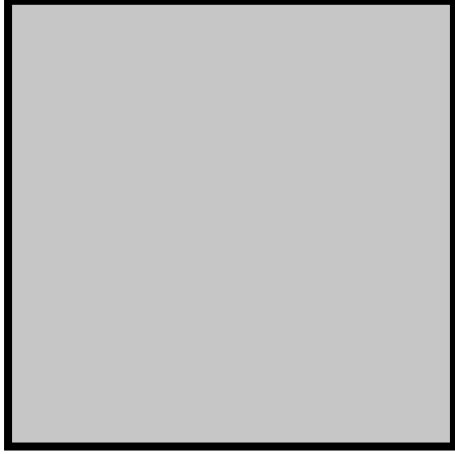
Fold-and-cut theorem (skabelon side 13)

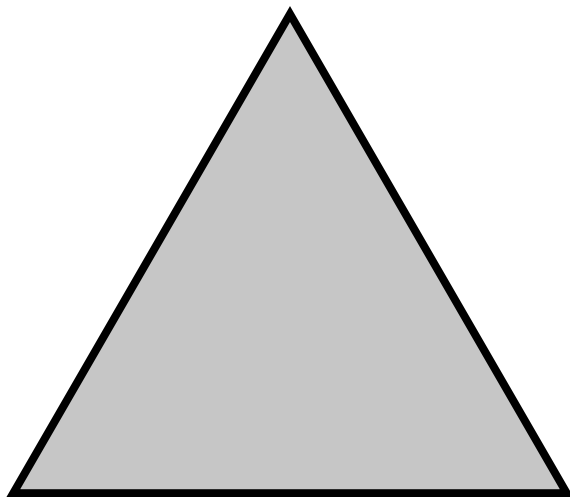
Der findes en matematisk sætning, der siger, at en vilkårlig kantet figur kan foldes og klippes i ét lige klip. Det er ret vildt! Princippet i beviset er den metode, som er beskrevet lige ovenfor.

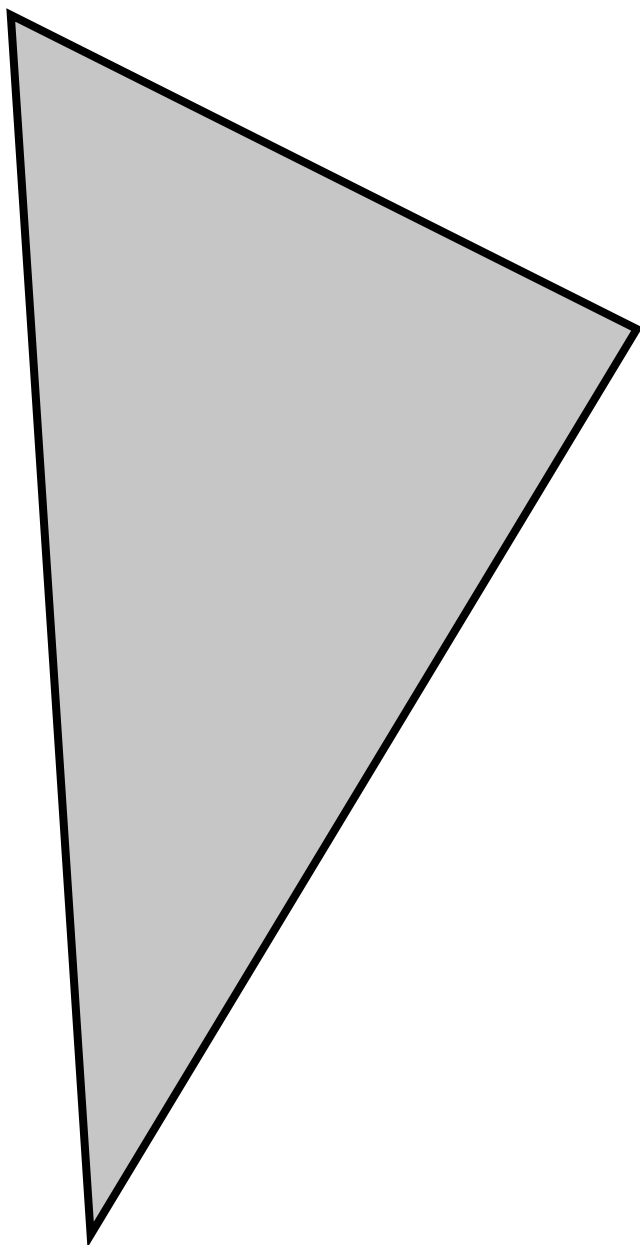
Jeg har lavet en kattermaske til at folde og klippe. Jeg har sorteret blandt foldelinjerne, så kun de nødvendige er tilbage. De fuldt optrukne linjer er bjergfoldninger (vender opad), de stiplede linjer er dalfoldninger (vender nedad)

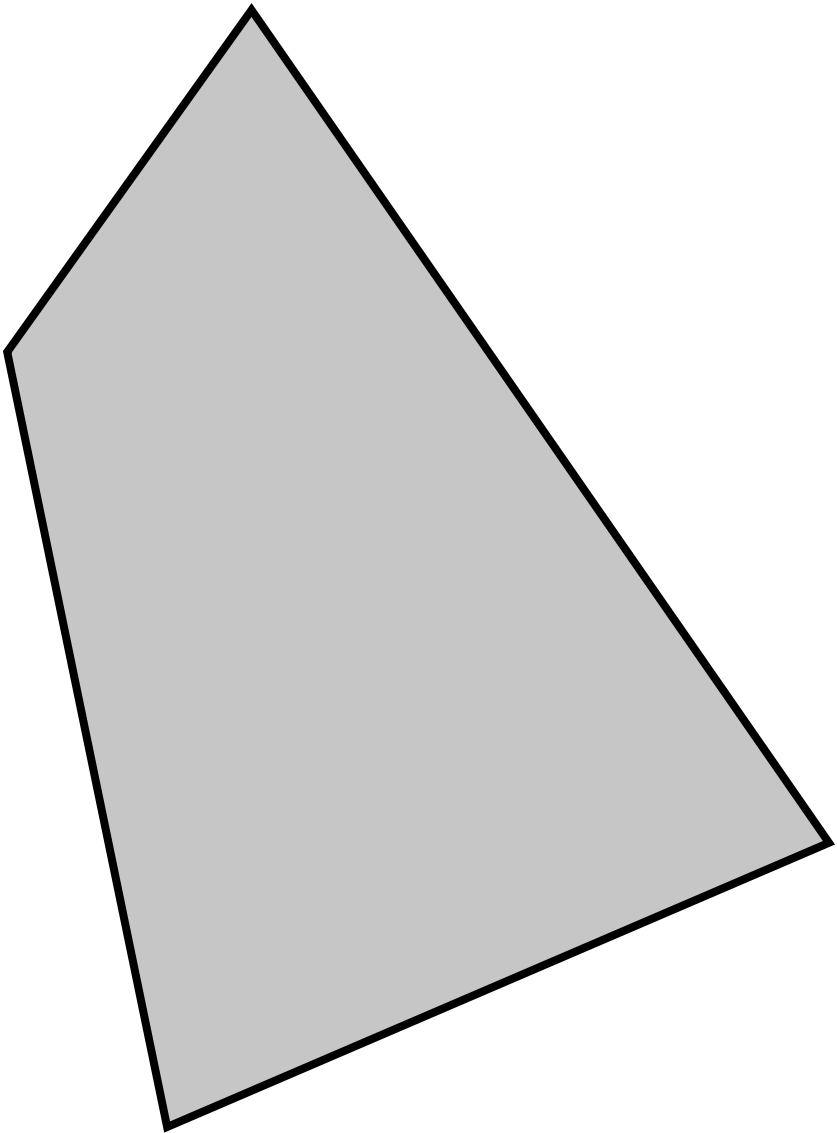


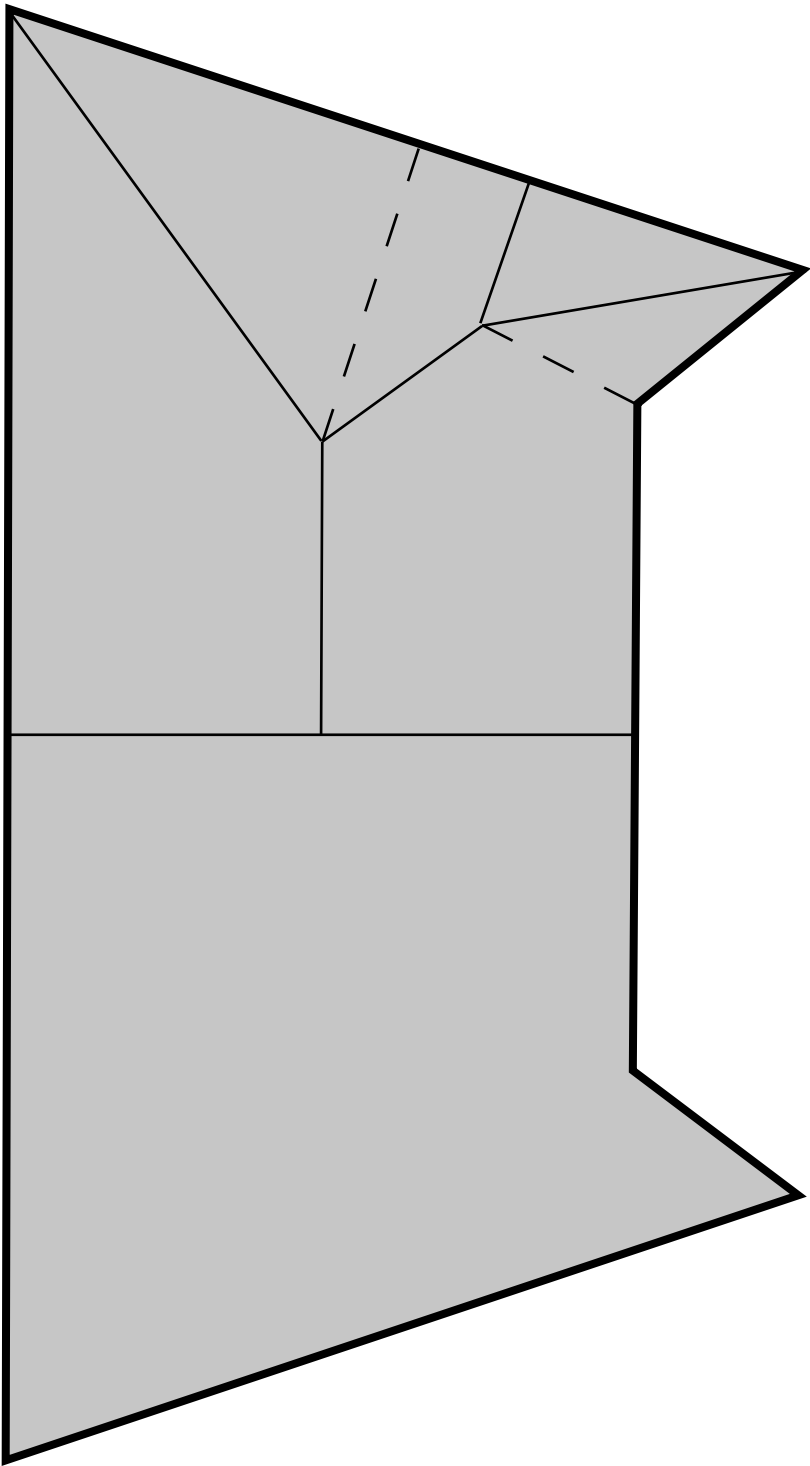












Åben og undersøgende matematik

Målgruppe

Lærere og lærerstuderende

Sideantal

160

Format

17 · 24 cm

Pris

240 kr. + moms

“Hvis ikke dine elever kommer i gang med at løse åbne matematikopgaver, lærer de ikke at tænke logisk og matematisk. Denne bog er et glimrende sted at starte.”

– Bladet Folkeskolen

Læseprøve



issuu.com/forlagetpindogbjerre



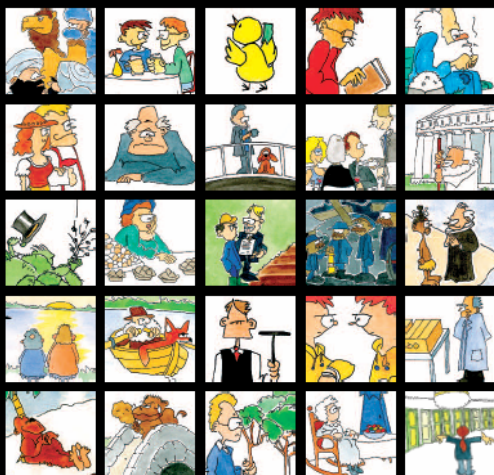
En konkret indføring af åbne og undersøgende matematikopgaver i undervisningen.

I bogen gennemgås over 60 eksempler på opgaver med almindelige, vanskelige og smarte svar, udfordringer og variationer, fordelt på 6 typer:

- Svaret er givet
- Manglende oplysninger
- Regnehistorier
- Undersøgelser
- Modellering
- Nye begreber

Gode grublere og sikre strategier

P E R N I L L E P I N D



GODE GRUBLERE OG SIKRE STRATEGIER

Med afsæt i 25 spændende grublere præsenterer bogen en generel metode til problemløsning, tre værdifulde vaner, som er nyttige i alt arbejde med matematik, og ni sikre strategier, som kan afprøves i problemløsningen.

For hver grubler gennemgås flere løsninger, så mange forskellige problemløsnings- og læringsstile tilgodeses. Der præsenteres også flere variationer af grublerne, så der er udfordringer til alle elever, uanset fagligt niveau.

Målgruppe
Lærere og lærerstuderende

Sideantal
144

Format
17 · 24 cm

Pris
200 kr. + moms

*“En original og
kjærkommen
nyvinning.”*
– Utdanning om
bogens norske
udgave

*“Refleksioner
over, hvordan
man egentlig gør,
bliver en del af
undersøgelsen.”*
– Bladet Folke-
skolen

Læseprøve



issuu.com/fortagetpindogbjerre

Matematik for alle

Målgruppe

Lærere og
lærerstuderende

Sideantal

336

Format

17 · 24 cm

Pris

208 kr. + moms

“Min bibel”

– Flere lærere

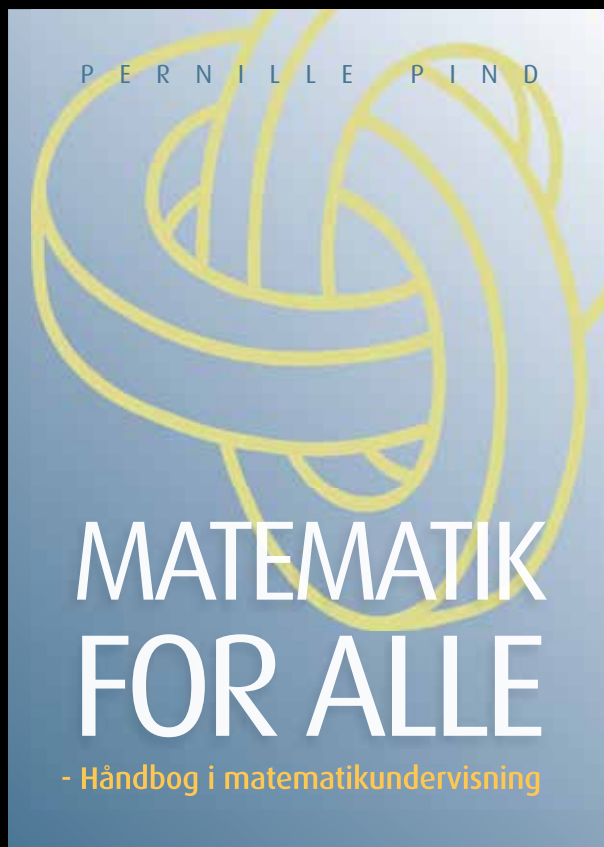
“Denne bog er vægtig og vigtig fordi den fremtræder som andet og mere end en opslagsbog, en formelsamling, en lærervejledning eller en artikelsamling.”

– Bladet Folkeskolen

Læseprøve



issuu.com/forlagetpindogbjørre



En introduktion til al den matematik, der er relevant for grundskolens matematikundervisning.

Henvender sig både til den lærerstuderende, den nyuddannede lærer, der ønsker at få samlet det vigtigste fra studietiden, den erfarne underviser, der har lyst til at spejle sine egne holdninger og erfaringer, den usikre lærer, der gerne vil være godt forberedt på mødet med elever og forældre, og den helt almindelige lærer, der ønsker at lære noget mere om elevens møde med matematikken.

Du kan regne med dit barn



Bogen bygger bro mellem skolen og forældre og introducerer forældre til nutidens matematikundervisning, både i forhold til fagligt indhold og pædagogiske metoder. Bogen demonstrerer, at matematik ikke nødvendigvis er svært, og at selv det svære godt kan være spændende. Hvert kapitel indledes med en historie om problemer i lektielæsningen. Den vigtigste faglighed gennemgås, og der fortælles, hvordan man kan vurdere, hvordan ens barn klarer sig. Der gives derudover en lang række gode råd til, hvordan man kan hjælpe sit barn videre.

Målgruppe

Forældre og lærere

Sideantal

160

Format

17 · 24 cm

Pris

160 kr. + moms

“Jeg ønsker læserne god fornøjelse med bogen, der gør noget kompliceret og abstrakt enkelt og dagligdags.”
– Professor Niels Egelund i bogens forord

Læseprøve



issuu.com/forlagetpindogbjerre

Matematik før skolen

Målgruppe

Børn 3-5 år

Sideantal

32

Format

21 · 21 cm

Pris

110 kr. + moms

“Det er bøger, der går skridtet videre og har mere på hjertet end de fleste traditionelle tællebøger.”

– Børnenes bøger

“Geniale tællebøger for de mindste”

– Barneguiden.dk

“En perfekt måde at introducere tal og det at tælle til de små poder.”

– Æseløre.dk

Læseprøve



issuu.com/forlagetpindogbjørre



Matematik før skolen er tre små billedbøger til de 3-5-årige og deres voksne.

Formålet med bøgerne er at styrke børns evne til spontant at bruge antal, når de snakker. En introduktion til de fundamentale forudsætninger for talbehandling: tælleremsen, én mere, opdeling i grupper, hverdagsting, talsymbolerne, tal på fingrene og tal som en egenskab ved ting.

Læs selv matematik



Læs selv matematik er en serie på 6 små matematikbøger, som henvender sig til børn fra 5. klasse. Matematik kan læses og kan være andet end opgave-regning og matematiske undersøgelser. Matematik indgår i sammenhænge og er en del af verden.

Bøgerne er en slags frilæsningsmatematik, hvor eleverne får et alternativ til kopiark.

Målgruppe

Elever fra 5. klasse

Sideantal

24

Format

17 · 17 cm

Pris

56 kr. + moms

“Børn fra 12 år, der godt kan lide at beskæftige sig med matematik på en anden måde, vil uden tvivl finde bøgerne underholdende.

...

Dette er en ny og spændende måde at tilegne sig matematik på.”

– Lektøruddtalelse

Læseprøve



RoS – Regning, observation, Strategi

RoS er en samling af materialer til udredning af og hjælp til elever, der er i risiko for matematikvanskeligheder.

Forskning og praksis viser, at når så mange danske børn har svært ved at lære matematik, skyldes det ofte, at de har løst alle regneopgaver i de mindre klasser udelukkende ved at tælle sig frem. Med RoS gives eleverne en let tilgang til at få flere regnestrategier.

Som udgangspunkt har læreren behov for et præcist billede af elevens færdigheder. Til det brug har vi udviklet tests, hvor eleverne sidder med en lærer for sig selv i 10-15 minutter og fortæller om, hvordan de regner. Det er en testform, som børnene er glade for, og læreren får på en udramatisk måde en indsigt i elevens tilgang til regneopgaver, som kan bruges direkte i undervisningen.

Der bør selvfølgelig høre handlemuligheder med efter en test, og vi har derfor samlet en kuffert med materialer, som har vist sig effektive til at hjælpe børnene med at udvikle flere regnestrategier. På bare 20 dage kan en lærer, en pædagog eller sågar en forælder ved hjælp af vores detaljerede vejledning give barnet gode og vigtige regnestrategier, som vil kunne lette indlæring af matematik.

*“Forskningsbase-
ret og innovativt
undervisnings-
materiale i mate-
matik.”*

– Folkeskolen

*“Grundigt og godt.
Materialet tager
udgangspunkt i
en klart formu-
leret teori om
grundlæggende
færdigheder i plus
og minus. Det
sætter den voksne
i stand til at teste
elever og – gen-
nem arbejdet
med spændende
konkrete materia-
ler – at hjælpe de
hensigtsmæssige
strategier på vej.”*

– Folkeskolen

Læs mere



Undervisnings- middelprisen 2017



RoS/Gange har, som det første matematikmateriale i 10 år, modtaget Undervisningsmiddelprisen.

Prisen uddeles af Undervisningsministeriet og gives til tre nye undervisningsmidler af "bemærkelsesværdig høj kvalitet til folkeskolen, ungdoms- eller voksenudannelserne".

“Et innovativt og motiverende værktøj til at tilegne sig strategier, der er vigtige for at lære at gange og for deres videre udvikling af matematisk forståelse og færdigheder”
– Undervisningsmiddelprisudvalget

RoS/Plus



RoS/Kuffert Plus er en hjælp til undervisning af elever i 1. – 3. klasse, der kun bruger ganske få additionsstrategier.

Kufferten rummer de bedste konkrete materialer og en vejledning til 20 dages arbejde med 5 aktiviteter pr. dag. Aktiviteterne kan udføres af lærere, men også af pædagoger og forældre som 1:1 undervisning.



RoS/Test Plus afdækker, hvilke additionsstrategier den enkelte elev kender, og hvordan de bruges. Testen udføres som en samtale mellem lærer og en elev ad gangen og kan gennemføres på 10-15 minutter pr. elev.

Du vil blive forbløffet over, hvor meget du kan finde ud af om dine elever ved at gennemgå en sådan test med dem.



RoS/Træning Plus 1 og 2 er træningshæfter, som kan bruges til at vedligeholde de gode strategier, eleverne har lært med RoS/Kuffert Plus.

RoS/Gange

RoS/Kuffert Gange er en hjælp til undervisning af elever i 3. – 6. klasse, der viser vanskeligheder ved at lære den lille tabel og/eller vanskeligheder ved at anvende gange i tekstopgaver og hverdagsituationer.

Kufferten rummer de bedste konkrete materialer og detaljeret vejledning til, hvordan man skal bruge dem.

RoS/Test Gange identificerer elever med et svagt funderet gangebegreb: manglende forståelse af gange i tekst eller ringe regnestrategier.

RoS/Test Gange består af to samtaletests med hhv. regnestykker og tekstopgaver.



RoS/Kuffert Plus	2200 kr. + moms
RoS/Test Plus	1200 kr. + moms
RoS/Knæk regnekoden	20 kr. + moms
RoS/Træning Plus til fri kopiering	700 kr. + moms
RoS/Kuffert Gange	2200 kr. + moms
RoS/Test Gange	1200 kr. + moms
RoS/Den lille tabel	20 kr. + moms

Bestil her



pindogbjerre.dk/butik/ros-test-og-kuffert